

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ  
НАУКИ ИНСТИТУТ ВЫСШЕЙ НЕРВНОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ И  
НЕЙРОФИЗИОЛОГИИ РАН

---

На правах рукописи

Штайнер Элен Владимировна

Ритмическая активность мозга, ассоциированная с математическим  
профессионализмом и с процессом решения

математических задач

1.5.5 – физиология человека и животных

Диссертация на соискание ученой степени

кандидата биологических наук

Научный руководитель:  
кандидат биологических наук Мартынова О.В.

Москва – 2023

## Оглавление

Введение	5
Глава 1. Обзор литературы	16
1.1 Феномен математического мышления	16
1.2 Исследования нейробиологических основ математического мышления	22
1.3 Рабочая память: структура и влияние на когнитивную деятельность	27
1.4 Связь электрической активности мозга с когнитивными процессами	36
1.5 Машинное обучение	44
1.6 Постановка проблемы диссертационной работы. Обоснование выбора методик эксперимента	53
Глава 2. Материалы и методы исследования	65
2.1 Подготовительное исследование	66
2.1.1 Испытуемые	66
2.1.2 Экспериментальная процедура и стимульный материал	67
2.1.3 Аппаратура и регистрация данных	68
2.1.4 Статистический анализ данных	68
2.2 Пилотное исследование с использованием 19-канального электроэнцефалографа	69
2.2.1 Испытуемые	69
2.2.2 Экспериментальная процедура и стимульный материал	69
2.2.3 Аппаратура, регистрация и подготовка данных	71
2.2.4 Статистический анализ поведенческих данных	72
2.2.5 Спектральный и статистический анализ ЭЭГ данных	72
2.2.6 Машинное обучение	73
2.3 Основное исследование с использованием 128-канального электроэнцефалографа	74

2.3.1 Испытуемые	74
2.3.2 Экспериментальная процедура и стимульный материал	75
2.3.3 Аппаратура, регистрация и подготовка данных	75
2.3.4 Статистический анализ поведенческих данных	77
2.3.5 Спектральный и статистический анализ ЭЭГ данных	77
2.3.6 Машинное обучение	78
Глава 3. Результаты исследований	80
3.1 Поведенческие результаты подготовительного исследования	80
3.2 Результаты пилотного исследования с использованием 19-канального электроэнцефалографа	83
3.2.1 Результаты статистического анализа поведенческих данных	83
3.2.2 Результаты статистического анализа ЭЭГ данных	84
3.2.3 Результаты машинного обучения	87
3.3 Результаты основного исследования с использованием 128-канального электроэнцефалографа	89
3.3.1 Результаты статистического анализа поведенческих данных	89
3.3.2 Результаты статистического анализа ЭЭГ данных	90
3.3.3 Результаты машинного обучения	91
Глава 4. Обсуждение результатов	105
4.1 Обсуждение поведенческих результатов подготовительного исследования	105
4.2 Обсуждение результатов пилотного исследования с использованием 19-канального электроэнцефалографа	108
4.2.1 Обсуждение результатов статистического анализа поведенческих данных	108
4.2.2 Обсуждение результатов статистического анализа ЭЭГ данных	109

4.2.3 Обсуждение результатов машинного обучения	116
4.3 Обсуждение результатов основного исследования с использованием 128-канального электроэнцефалографа	117
4.3.1 Обсуждение результатов статистического анализа поведенческих данных	117
4.3.2 Обсуждение результатов статистического анализа ЭЭГ данных	118
4.3.3 Обсуждение результатов машинного обучения	121
4.4 Итоговое обсуждение поведенческих и электроэнцефалографических различий между испытуемыми по результатам инструментальных этапов исследования	127
Заключение	132
Выводы	138
Список сокращений и условных обозначений	140
Список литературы	142
Публикации по теме диссертации	178

## Введение

Математические компетенции в большей или меньшей степени присущи всем людям, и из-за абстрактности математических знаний высокий уровень их развития часто воспринимается как одно из наиболее ярких проявлений человеческого интеллекта, а также коррелирует с уровнем заработной платы и успехом в профессиональной деятельности [Webbink, Hartog, 2004], [Cox, Percival, Walden, 1997]. Люди, которые испытывают трудности с приобретением математических навыков в детстве, подвергаются большему риску неудачи в учебе, формированию стойкой неспособности к овладению математическими навыками на протяжении жизни, снижению вероятности экономического успеха во взрослом возрасте [Ritchie, Bates, 2013] [Anzalone и др., 2020]. Продвинутое математическое навыки, напротив, способствуют успешному получению высшего образования в области технических наук и непосредственно способствуют карьерным достижениям, в связи с чем получение математических навыков становится критически важным для будущего академического и профессионального успеха ребенка [Ritchie, Bates, 2013].

В основе изобретений технологически развитых человеческих обществ лежат высокоуровневые числовые способности [Eger, 2016] и потому современная цивилизация, основанная на передовых технологиях, способствует непрерывному возрастанию роли математического знания в мире [Micheloannis и др., 2005]. "Математика - это особый искусственный язык и аппарат оперирования этим языком, который широко используется не только в самой математике, но в той или иной мере во всех других науках" [Фридман, 2005].

Широкий спектр работ, посвященных изучению нейрофизиологических коррелятов процесса решения математических задач является неоспоримым свидетельством важности и актуальности рассматриваемой темы. Среди них можно отметить разного рода психофизиологические исследования

математического мышления с использованием пространственно-образных задач [Wang и др., 2022] [Таротин, Атанов, Иваницкий, 2017] [Roik, Ivanitskii, 2013] [Núñez-Peña, González-Gómez, Colomé, 2019] [Zago и др., 2008] [Bailey, 2017] [Wang, Jung, Lin, 2015] и арифметических примеров. В рамках последних оцениваются, как правило, вопросы сложности задач [Xiang и др., 2016] [Sakkalis, Zervakis, Micheloyannis, 2006] [Soltanlou и др., 2017] [Hinault, Lemaire, 2016] [Artemenko и др., 2018], различия между арифметическими действиями [Arsalidou и др., 2018] [Alnajashi, 2021] [Proverbio, Carminati, 2019] [Aydarkin, Fomina, 2013] [Earle и др., 1996], сопоставление особенностей работы мозга при решении простых арифметических и вербальных задач [Guen Le и др., 2018] [Dehaene, 1999]. Заслуживают внимания статьи, касающиеся математической тревожности, детекции ошибок, кратковременных эффектов обучения [Liu и др., 2019] [Bosch и др., 2018] [Grabner, Smedt De, 2012].

Когнитивная нейронаука уделяет серьезное внимание, преимущественно, изучению когнитивных основ арифметики [Amalric, Dehaene, 2016]. В то же время в литературе выделяют два дифференциальных компонента математических компетенций: арифметические вычисления и собственно математические задачи [Fuchs и др., 2008], [Geary и др., 2000], [Nunes и др., 2012], [Wei и др., 2012], [Zhang и др., 2016], включающие различные когнитивные механизмы [Fuchs и др., 2008], [Nunes и др., 2012], [Zhang и др., 2016] и лишь слабая корреляция существует между этими типами умственной деятельности [Wei и др., 2012]. Более того, в отличие от решения арифметических задач, решение математических задач требует большей семантической обработки, поскольку оно использует математические концептуальные знания для поиска числовых соотношений между объектами, событиями или даже абстрактными числами [Fuchs и др., 2008], [Wei и др., 2012], [Hickendorff, 2013]. Похоже, что можно говорить о независимом друг от друга вкладе в математические способности арифметических вычислений и процессов решения математических задач [Nunes и др., 2012], [Powell, Fuchs,

2014]. Несмотря на то, что за последние два десятилетия нейровизуализационные и нейропсихологические исследования значительно расширили понимание нейронных основ арифметических вычислений, обнаружены лишь единичные работы, связанные с оценкой электроэнцефалографических паттернов логико-арифметических тестов [Pavlygina и др., 2010] [Lin и др., 2015] и на настоящий момент литература не дает оснований для формирования интегрированной теории о том, как эти процессы: арифметические вычисления и решение математических задач координируют друг с другом [Zhou и др., 2018].

Математика – это не просто арифметика, а нечто большее, что связано с процессами творчества, интуиции, логики. Математически одаренные дети и подростки демонстрируют исключительные способности в умственном воображении, в логическом и в творческом мышлении [Zhang, Gan, Wang, 2017]. Считается, что дети, успешные в математике, имеют "математическое мышление", что означает, что математически одаренные дети могут определять математические значения во многих аспектах реальных вещей, быстро ориентируясь на логику, лежащую в основе проектов и организаций [Zhang, Gan, Wang, 2017]. Одной из самых исключительных черт математически одаренных детей и подростков является способность решать длинноцепочечные логические задачи [Banfield, 2005]. Сталкиваясь со сложными головоломками, математически одаренные дети могут получить представление о математической структуре проблемы систематически и быстро, на основе логического анализа. Кроме того, они проявляют способность к сокращению процесса математического мышления и мыслят в структуре проблемы более короткими шагами логического вычитания по сравнению с менее одаренными в математике детьми [Banfield, 2005] [Heinze, 2005].

В результате многолетних исследований с одаренными детьми, было установлено, что подростки с преобладанием математических способностей над

вербальными, обычно учатся и работают в области естественных и инженерных наук, в то время как дети с обратным соотношением талантов часто делают карьеру в гуманитарных, художественных, общественных науках или в области юриспруденции [Lubinski, Benbow, 2006] [Lubinski и др., 2001].

Концептуальная основа одаренности изначально основывалась на измерении интеллекта, при этом предполагалось, что значимые результаты могут быть выявлены с помощью достоверных измерений его коэффициента. Терман определил одаренность как наивысший уровень, 1% от общих интеллектуальных способностей, измеряемых по шкале интеллекта Стэнфорда-Бинета или с помощью сопоставимого инструмента [Terman, 1926]. Тем не менее, ни один IQ-тест не дает адекватной оценки широкому спектру способностей, которые одаренные люди обычно проявляют в некоторых специфических областях [Zhang, Gan, Wang, 2017]. В рамках образовательного контекста арифметические способности изучаются уже в течении многих лет, однако когнитивная нейронаука лишь относительно недавно обратила внимание на феномен математических дарований с фокусом на исследование детей и подростков [Anzalone и др., 2020] [Artemenko и др., 2018]. И это неудивительно, так как связано с необходимостью формирования эффективных образовательных стратегий овладения математическими компетенциями. Между тем, невозможно представить себе глубокое понимание сущности и специфики математической ментальности без обстоятельного всестороннего анализа функциональных и/или структурных изменений в мозге, которые связаны с математическим профессионализмом, достигаемый в течении многолетней углубленной математической практики. «Мозг удивительно пластичен, он меняется каждый раз, когда мы чему-то учимся» [Shatz, 1992]. «Что срабатывает вместе, соединяется вместе» - такой слоган был создан Карлой Шатц, перефразировавшей основную идею Дональда Хебба о ритмах мозга, высказанную им еще в 1949 году [Shatz, 1992]. Тем не менее, работ на тему особенностей мозга, связанных с математическим профессионализмом не

много, в частности было опубликовано исследование с использованием функциональной магнито-резонансной томографии (фМРТ), затрагивающее тему психофизиологических различий при решении математических задач между специалистами в области математики и специалистами в области гуманитарных наук, обладающими сопоставимым уровнем интеллекта [Amalric, Dehaene, 2016].

На сегодняшний день важную роль в изучении работы мозга играют методы машинного обучения [Chaouachi, Jraïdi, Frasson, 2011] [Gerjets и др., 2014] [Allison, Wolpaw, Wolpaw, 2007] и благодаря простоте регистрации и высокому временному разрешению целесообразным является предпочтительное использование электроэнцефалографии (ЭЭГ) в качестве источника данных. Современная нейробиология широко использует классификаторы для различного спектра задач, преимущественно: распознавание образов, речи, воображаемых движений, психических состояний при выполнении некоторых умственных задач [Vashisht, Pandey, Yadav, 2021] [Patil, 2021] [Benevides, Bastos, Sarcinelli-Filho, 2011] [Gysels, Celka, 2004] [Babiloni и др., 2000] [Vézard и др., 2015]. По этому вопросу было опубликовано значительное количество работ, однако большинство из них носят методологический характер и едва ли касаются биологического аспекта ритмогенеза. Более того, для выявления математических способностей и/или компетенций актуальность приобретает способность искусственного интеллекта (ИИ) классифицировать не только задачи, но и индивидуальные особенности на основании ритмической активности мозга, между тем, подобных исследований, практически, не проводилось, а данные о связи ритмической активности мозга с профессионализмом в математике, как было сказано выше, весьма немногочисленны. Выявление электрических паттернов мозга при решении математических задач профессиональными математиками и успешность их классификации при помощи искусственных нейронных сетей (ИНС) создает прецедент для возможности формирования системы не только

раннего выявления математических способностей, но и методик эффективного их развития.

Таким образом, *актуальность* настоящего исследования определяется выраженным дефицитом работ, исследующих влияние долговременной математической практики на ритмическую активность мозга и отсутствием целостного психофизиологического профиля, формирующегося в результате математической деятельности человека.

*Цель настоящей работы:* Исследование ассоциированных с математическими навыками и процессами решения математических задач электроэнцефалографических паттернов мозга здоровых взрослых.

Для достижения данной цели были поставлены следующие *задачи*:

1. Подобрать релевантный запланированному исследованию набор экспериментальных задач;
2. Изучить роль вербального компонента рабочей памяти в математической деятельности здорового взрослого человека;
3. Посредством стандартных статистических методов и методов машинного обучения выявить отличия между паттернами электрической активности мозга, сопровождающими процесс решения различных математических задач, а также в парадигме сравнения математических и вербальных задач.
4. Посредством стандартных статистических методов и методов машинного обучения выявить связь ритмической активности мозга с математическим или гуманитарным типом высшего профессионального образования.

*Гипотезы исследования:*

1. Долговременные углубленные занятия математическими дисциплинами существенным образом связаны с особенностями работы мозга, что отражается в его ритмической активности и может

быть обнаружено посредством аналитических методик: статистических тестов и машинного обучения.

2. Динамика процесса математического мышления с присущим им логическим компонентом отличается не только от вербального типа мышления, но и от базовой составляющей математики, а именно, арифметического счета и эти различия могут быть обнаружены при использовании методов анализа ЭЭГ.

*Степень разработанности темы исследования.* Основная часть исследований, продемонстрировавших отражение типа когнитивной деятельности в паттернах ЭЭГ при решении математических задач касалась либо визуально-пространственных тестов [Wang, Jung, Lin, 2015] [Таротин, Атанов, Иваницкий, 2017] [Roik, Ivanitskii, 2013] [Núñez-Peña, González-Gómez, Colomé, 2019] [Meisenhelter и др., 2019], либо арифметических примеров в аспекте сложности, утомляемости, уровня когнитивной нагрузки, математической тревожности, кратковременных эффектов обучения и прочее [Xiang и др., 2016] [Soltanlou и др., 2017] [Hinault, Lemaire, 2016] [Artemenko и др., 2018] [Alnajashi, 2021] [Liu и др., 2019] [Grabner, Smedt De, 2012], но практически нет исследований, касающихся логического или семантического компонента математического мышления. Остается неясной роль вербального компонента в решении математических задач. Большая часть работ, оценивающих влияние рабочей памяти (РП) на математическую производительность была посвящена, преимущественно, изучению влияния исполнительного контроля [Alnajashi, 2021] [Hinault, Lemaire, 2016] [Arsalidou и др., 2018] и визуально-пространственного домена [Bull, Espy, Wiebe, 2008] [Baddeley, 2003] и результаты таких исследований репродуцируются. В то же время, оценки в отношении влияния фонологической петли РП на индивидуальные различия в решении математических задач противоречивы и колеблются от ее основополагающей роли [Dehaene, Cohen, 1997] [Dehaene, 1999] [Dehaene и др., 2003] до относительно малозначимой [Fedorenko, Varley,

2016] [Varley и др., 2005] [Fedorenko, Behr, Kanwisher, 2011]. Несмотря на обилие исследований, посвященных изучению математической одаренности детей и подростков [Zhang, Gan, Wang, 2017] [Banfield, 2005] [Heinze, 2005] [Bull, Espy, Wiebe, 2008] [Zhang, Gan, Wang, 2015a] [Desco и др., 2011] [Hoppe и др., 2012] [Lee и др., 2006] [Prescott и др., 2010], практически отсутствуют работы, изучающие индивидуальные особенности работы мозга у взрослых с выраженными математическими навыками, особенно в контексте паттернов ЭЭГ. Общепринятым для современной нейробиологии является широкое распространение и активное развитие машинного обучения в сфере воображения движений, когнитивной нагрузки, утомляемости и прочее [Vashisht, Pandey, Yadav, 2021] [Patil, 2021] [Benevides, Bastos, Sarcinelli-Filho, 2011] [Gysels, Celka, 2004] [Babiloni и др., 2000] [Vézard и др., 2015], при этом в области классификации типа мыслительной деятельности, особенно связанной с математикой существует определенный дефицит работ и, что наиболее важно, практически отсутствуют методики, за редким исключением, позволяющие получить убедительные результаты по классификации индивидуальных особенностей ЭЭГ, связанных с развитыми навыками в математике.

*Научная новизна работы.* В настоящей работе впервые были проанализированы паттерны электрической активности мозга, связанные со схожими когнитивными процессами, такими как, решение разного рода математических задач и, что более важно, были впервые проанализированы паттерны электрической активности мозга, ассоциированные с различным типом образования. Впервые была успешно проведена кросс-индивидуальная классификация сложных когнитивных задач и классификация испытуемых по фактору типа образования. В рамках текущего исследования были апробированы несколько типов классификаторов (алгоритмов машинного обучения), ранее не применявшихся для распознавания сложных когнитивных состояний и людей.

*Теоретическое и практическое значение работы.* Результаты исследования некоторым образом проясняют нейрофизиологические механизмы обработки математической информации и специфику работы мозга людей, профессионально занимающихся математикой и вносят свой скромный вклад в развитие когнитивных наук. Показано, что посредством статистических тестов и методов машинного обучения можно достоверно различать по данным биоэлектрической активности мозга сложные, сходные между собой по способу мышления когнитивные задачи, такие как вербальные задачи и задачи на умственную арифметику, вовлекающие языковой компонент в процессе решения и, более того, задачи на умственную арифметику и задачи на арифметические прогрессии, отличающиеся лишь наличием скрытой математической логики в последних. На настоящем этапе текущее исследование имеет более теоретическое, нежели практическое значение, однако апробированные на сложных умственных задачах классификаторы могут быть с успехом применены на практике, как в нейрокогнитивных исследованиях иного рода, так и для целей практической и научной педагогики. Продолжение разработки темы математического мышления потенциально может оказать большую помощь в контексте улучшения качества математического образования.

*Основные положения, выносимые на защиту:*

1. Математические задачи, с присущим им логическим компонентом, отличаются не только от вербальных, но и от задач сложной умственной арифметики и коррелируют с определенным ритмическим паттерном биоэлектрической активности мозга, который может быть обнаружен посредством стандартных статистических методов и методов машинного обучения.
2. Профессиональные долговременные занятия математикой связаны со специфической ритмической деятельностью мозга, коррелируя с изменениями в тета и бета диапазонах во фронтальной и височно-

париетальной областях. Специфические ритмические паттерны, обнаруженные у испытуемых - профессионалов в математической и технической отраслях проявляются даже в состоянии спокойного бодрствования и усиливаются при решении задач.

3. С помощью методов машинного обучения можно получить высокие результаты распознавания ритмов биоэлектрической активности мозга испытуемых с математическим или гуманитарным типом высшего профессионального образования и физиологически интерпретировать признаки, приводящие к успешному распознаванию когнитивных процессов и когнитивных навыков по данным активности мозга.

*Апробация работы и публикации.* Материалы диссертации были представлены в качестве стендового доклада на Восьмой международной конференции по когнитивной науке, Светлогорск, Россия (18-21 октября 2018 г.) и в качестве тезисов на четвертой международной конференции по нейротехнологии и нейроинтерфейсам, Калининград, Россия (17 Октября 2022 г.).

По теме диссертации было опубликовано 5 печатных работ, из них 3 статьи в журналах, рекомендованных ВАК.

На основании проведенного анализа литературы была выдвинута гипотеза настоящего диссертационного исследования, научный эксперимент был осуществлен с соблюдением правил регистрации психофизиологических показателей, представленные результаты прошли статистическую обработку - всё это обуславливает *достоверность* диссертационного исследования.

*Объем и структура работы.* Диссертация состоит из введения, четырех глав, заключения, выводов, списка литературы и списка сокращений.

Основной текст диссертации изложен на 141 страницах, включает 6 таблиц и 26 рисунков. Список литературы состоит из 371 источников.

*Материалы и методы.* В рамках диссертационной работы было проведено комплексное трехкомпонентное исследование, включающее в себя

психологическое тестирование с целью формирования набора задач и две серии экспериментов с регистрацией ЭЭГ во время решения когнитивных задач, проведенные посредством 19-канального и 128-канального электроэнцефалографов. В целом в проекте приняли участие 70 человек в возрасте от 18 до 38 лет, половина из которых имели или находились в состоянии получения профильного математического или технического высшего образования, иначе испытуемые математической группы (МГ), а вторая половина, соответственно, гуманитарного профиля, иными словами, испытуемые нематематической группы (НМГ). Все испытуемые, закончившие ВУЗы работали по основной специальности. С помощью корреляционного анализа, статистических методов и методов машинного обучения были проанализированы поведенческие показатели и показатели спектральной мощности ЭЭГ в состоянии спокойного бодрствования и во время решения экспериментальных задач. Обоснование выбора методов изложено в разделе 1.5 Главы 1. Методы подробно изложены в Главе 2.

## Глава 1. Обзор литературы

### 1.1 Феномен математического мышления

На настоящий момент в психологии существует множество точек зрения, на то, что из себя представляет понятие «математическое мышление». Однако, чаще всего, эти определения носят описательный характер без ясно выраженной конкретизации.

Так, в работах К.Дункера в качестве условий, способствующих развитию мышления в области математических объектов, выделены "широта, гибкость и способность абстрагироваться от конкретного содержания" [Дункер, 2019]. Фридман математическое мышление определял как "предельно абстрактное, теоретическое мышление, объекты которого лишены всякой вещественности и могут интерпретироваться самым произвольным образом, лишь бы при этом сохранялись заданные между ними отношения" [Фридман, 2005].

Математическое мышление требует понимания, анализа и интерпретации математической структуры задачи, а также выбора наилучших стратегий логических решений [Дункер, 2019]. Пуанкаре утверждал, что математика включает два совершенно разных типа сознания: «В одном доминирует логика, а в другом – интуиция» [Poincaré, 1913]. В.А. Крутецкий предположил, что математически одаренные люди обладают «математическим составом ума», то есть «способностью математически интерпретировать мир»; он отмечал способность математически одаренных учеников к четкому и ясному видению «скелета математических объектов и отношений», под которым понимал логико-математическую структуру задачи. Способные к математике, по его мнению, мыслят «свернутыми структурами», которые он связывал с формированием «быстро складывающихся математических обобщений высокого уровня» [Крутецкий, 1998].

При обсуждении вопроса о сущности математических способностей Крутецкий отмечал, что можно выделить три связанных с ними важных проблем: специфичность, типологичность и структурность [Крутецкий, 1998].

В психологии до сих пор активно дискутируется тема о специфичности математического мышления: нужно ли его рассматривать как производное общего интеллекта, проявляемое в математической области или это, скорее, сущностно от него отличающийся специфический феномен. В литературе встречаются авторитетные исследования, как подтверждающие, так и опровергающие уникальность математических способностей.

Ряд исследователей приходят к выводу о том, что когнитивная структура продвинутой математики опирается на понятийный аппарат, обслуживающий повседневное мышление, и математическое мышление, как таковое, обладающее своими специфическими формами мыслительных действий; своеобразие такого мышления связано лишь с характером математического материала [Трегуб, 1973], [Лакофф, Нуньес, 2012]. Некоторые психологические концепции представляли одаренность в математике, как двумерную конструкцию, состоящую из математических академических способностей и математического творчества, при этом математические академические способности описываются как "академические способности в области математики" или "общий интеллект, применяемый в математике" [Zhang, Gan, Wang, 2017]. Не только относящиеся к конкретной предметной области навыки и знания важны для математического успеха, но и такие факторы, как общий интеллект, рабочая память, тормозный контроль и развитие речи [Shen, Liu, Chen, 2018].

В то же время Л.М. Фридман пишет, что "математическое мышление, особенно современное, имеет свою специфику, свои особенности, отличающие его от мышления в других науках... Специфику математического мышления следует искать не в ее методах, которые действительно широко сейчас применяются в других науках и поэтому получают все больше и больше статус всеобщих методов познания, а в ее объектах" [Фридман, 2009].

В 1983 Говардом Гарднером была предложена теория множественных интеллектов, согласно которой интеллект человека можно разделить на восемь и более типов, каждый из которых связан со специфическим видом

одаренности [Gardner, 1983]. Среди прочих, теория множественного интеллекта указывает на существование специфического математического интеллекта (т.е. логико-математического интеллекта) и соответственно, одаренности в этой области. С точки зрения Гарднера [Gardner, 1983] математический интеллект, в основном, состоит из способностей: логически анализировать проблемы, выполнять математические операции и исследовать вопросы научным образом, что влечет за собой способность обнаруживать закономерности, дедуктивно рассуждать и логически мыслить. Именно этот тип интеллекта, или склада ума чаще всего ассоциируют с математическим мышлением [Gardner, 1983].

В психологии не остается без внимания выделенная Крутецким типологическая составляющая математических способностей [Крутецкий, 1998]. Существуют ли различные типы математической одаренности? Следует ли различать творческие математические способности, характерные для профессиональных математиков, и способности к усвоению математики. Атаханов [Атаханов, 1992] выделил следующие уровни развития математического мышления:

- эмпирический уровень;
- уровень анализа;
- теоретический уровень - уровень рефлексии. По его мнению, этот последний уровень и есть «наивысший уровень математического мышления, который, как раз, и является собственно математическим мышлением» [Атаханов, 1992].

Что есть математическое мышление: единое и неразложимое свойство разума или оно имеет сложную структуру, включающую в себя различные компоненты? Еще одним этапом изучения сущности математических способностей людей является категоризация составляющих математического познания, иными словами: вопросы структурности математических

способностей [Крутецкий, 1998]. «Мозг некоторых людей своеобразно ориентирован на выделение из окружающего мира раздражителей типа пространственных и числовых отношений и символов, и на оптимальную работу именно такого типа раздражителей... Эти раздражители – есть инвариантные структуры логико-математических отношений, скрытые за внешним слоем конкретного содержания» [Крутецкий, 1998].

В современной когнитивной психологии представление о внутренних репрезентативных когнитивных структурах как о когнитивных схемах, служащих субстратом умственных способностей и отвечающих за прием, сбор и преобразование информации является доминирующим [Чуприкова, 1997], [Величковский, 1982], [Найсер, 1981], [Хоффман, 1986], [Солсо, 1996], [Воронин, Ицкович, 2018] и есть мнение, что основными причинами формирования искаженного восприятия реальности можно считать ошибки в созревании когнитивных структур [Чуприкова, 1995], [Чуприкова, 2001].

В математической практике впервые понятие о математической структуре было выдвинуто группой французских математиков - Бурбаки. По их мнению, "математическая структура – это название, объединяющее понятия, общей чертой которых является их применимость к множествам и к математическим законам, описывающим характеристики множеств" [Бурбаки, 1963].

В разделе психологии, посвященном математическому образованию, различают два типа когнитивных структур, формирующихся по "горизонтальному" и "вертикальному" принципам. К первому, горизонтальному, который по мнению Ж. Пиаже [Пиаже, 1960], [Пиаже, 2003] является врожденным и имеет свою хронологию формирования в онтогенезе, относятся порядковые, алгебраические и топологические когнитивные структуры, выступающие как "прототипы, упрощенные модели математических объектов, прежде всего, как комплекс, средства хранения математических знаний" (17). Иногда эта модель дополняется метрической и проективной структурами [Тестов, 1999] – см таблица 1.

Таблица 1. Характеристика и формирование математических когнитивных структур горизонтального типа.

	ГОРИЗОНТАЛЬНЫЕ СТРУКТУРЫ				
	Порядковая	Топологическая	Алгебраическая	Проективная	Метрическая
Описание	Сопоставление математических объектов и их элементов по таким характеристикам, как: больше – меньше, ближе – дальше, часть – целое.	Обеспечивает замкнутость, компактность и связанность преобразований, непрерывность трансформаций	Обеспечивает аналитическое мышления. Позволяет осуществлять как прямые, так и обратные операции над математическими объектами: расчленение и сочленение их составляющих, замена нескольких операций, объединение нескольких блоков предмета в один, выполнение математических преобразований.	Обеспечивает изучение математического объекта или его изображения с определенного самостоятельно выбранного положения, проецирование с этой позиции объекта на изображение и установление соответствия между ними	Позволяет вычленять в объектах и их компонентах количественные величины и отношения (пропорции, численные значения размеров, углов и расстояний и прочее)
Онтогенез	Начинает формироваться к 2-м годам. К 6-ти годам полностью заканчивает	К 2-3 годам. Впервые проявляется при первых попытках рисования. Ребенок еще не соблюдает пропорции, но совершенно четко различает фигуры открытые и замкнутые, положение «вне» и «внутри».	У человека формируется к 6-7 годам	Формируется к 6 -10 годам. Ребенок улавливает, что проективное отношение зависит от угла зрения или «точки зрения». он начинает различать перспективы.	Формируется к 8-11 годам. Предполагает наличие понимания сохранения направления. Ребенок открывает для себя трехмерное измерение.

К вертикальному типу когнитивных структур, по мнению отечественного математика и педагога Тестова В.А. относят «когнитивные схемы, выступающие, как средства, методы математического познания и в отличие от горизонтальных структур не являющиеся врожденными [Тестов, 1999] – таблица 2.

В формате концепции математического мышления выделяют четыре структуры вертикального типа, перечисленные в порядке возрастания сложности: логические, алгоритмические, комбинаторные и образно-геометрические, причем каждая последующая включают в себя элементы предыдущей. Отмечается, что «для решения практических примеров может быть востребовано вовлечение более двух перпендикулярных по отношению друг к другу структур и чаще всего это происходит или вычислители могут использовать нестандартные формы решения, затрагивающие неожиданные структуры» [Тестов, 1999].

Таблица 2. Характеристика математических когнитивных структур вертикального типа.

ВЕРТИКАЛЬНЫЕ СТРУКТУРЫ	ОПИСАНИЕ
Логические	Предполагает рассуждения, основанные на здравом смысле и интуиции, позволяет делать правильные выводы, находить правильные следствия из имеющихся фактов. Проявляются в последовательности рассуждений, в использовании формальной логики
Алгоритмические	Предполагает планирование действий, осуществление цепочки преобразований
Комбинаторные	Предполагает выбор элементов множества в соответствии наиболее рациональным способом, позволяет осуществить эффективное построение, перечисление и оптимизацию объектов, зависящих от сравнительно большого числа дискретных переменных
Образно - геометрические	Предполагает геометрические преобразования

## 1.2 Исследования нейробиологических основ математического мышления

Не только когнитивные способности в высокой степени передаются по наследству, но и результативность выполнения математических задач в немалой степени связана с наследственным фактором за счет генетической детерминированности паттерна активации мозга в языковых и математических сетях [Guen Le и др., 2018]. При этом существуют исследования, утверждающие, что у детей нет специфических математических сетей. А математические способности ребенка зависят от сложной интеграции нескольких связанных областей мозга и сетей [González-Garrido и др., 2018].

В зависимости от специфики и сложности задачи математическое мышление, будучи когнитивным процессом активирует как локальные, так и более пространственно распределенные кортикальные сети [Micheloyannis и др., 2005].

Недавнее исследование при помощи диффузионной тензорной трактографии изучало связь между IQ и микроструктурой трактов белого вещества, сравнивая математически одаренных подростков и тех, кто имеет средние академические способности. Выяснилось, что показатели IQ участников значимо положительно коррелировали с фракционной анизотропией, в основном, в области мозолистого тела, что свидетельствует об эффективной межполушарной передаче информации как об одном из решающих факторов поддержания высоких интеллектуальных способностей [Zhang, Gan, Wang, 2017].

В то же время существуют работы, подчеркивающие наличие латерализации в математически одаренном мозге [Benbow, 1988]. Широко распространено мнение о ключевой роли левой лобно-теменной системы в логическом мышлении. Считается, что она имеет важнейшее значение в обеспечении обработки информации [Zhang, Gan, Wang, 2017]. Однако, повышенная функциональная активация и связность в правом полушарии математически одаренного мозга способствует познанию более высокого порядка, поскольку правое полушарие является доминирующим для

геометрического и зрительно-пространственного анализа, а также активно участвует в математических рассуждениях и творчестве [Zhang, Gan, Wang, 2017]. Проведенное в 1995 году посредством позитронно-эмиссионной томографии (ПЭТ) исследование показало, что скорость метаболизма глюкозы корой головного мозга в области височной доли справа положительно коррелировала со способностью математически рассуждать математически одаренных мальчиков [Zhang, Gan, Wang, 2017].

Похоже, что самая противоречивая часть нейробиологической литературы по математике - это раздел, посвященный нейронным основам математического таланта [Byrnes, 2008].

Для объяснения базовых математических способностей человека в 1992 году была предложена теоретическая нейрокогнитивная модель под названием “модель с тройным кодом” [Dehaene, 1992], а после рассмотрения доступных тематических исследований фМРТ в 1995 году она была расширена с выдвиганием гипотезы об анатомических коррелятах математических способностей и обработки чисел [Dehaene, Cohen, 1995], [Dehaene и др., 2003]. В частности, обновленная модель тройного кода утверждает, что числа обрабатываются тремя различными областями мозга:

- визуальная обработка арабских чисел происходит в вентральных затылочно-височных областях;
- кодирование и извлечение арифметических фактов (например,  $3 + 5$ ,  $3 \times 5$ ) поддерживаются левой угловой извилиной, которая расположена в околосильвиевой области в нижней теменной доле и тесно соседствует с областями, имеющими отношение к языку. Эти области обеспечивают извлечение арифметических фактов без явных процедур вычисления.
- суждения о количестве и величине, формирующие, так называемое «чувство числа» происходят в нижних теменных областях с обеих сторон - поле Бродмана (ПБ) 40, а более конкретно в горизонтальном сегменте интрапариетальной борозды (ИПБ).

Чувство числа включает в себя способность оценивать близость чисел друг к другу и порядковые отношения между ними, причем надо заметить, что числовые оценки величины в значительной степени не зависят от формата стимула, что подтверждается нейробиологическими моделями, которые утверждают, что числовая величина выражается в абстрактном формате [Ansari, 2007]. Исследования, посвященные нейронным субстратам числовой обработки, в настоящее время сформировали широкий консенсус в пользу гипотезы о том, что популяции нейронов в ИПБ поддерживают представление количества либо в виде аналогового кода большей или меньшей величины [Dehaene, 2011], либо в виде дискретного представления, кодирующего мощность [Butterworth, Varma, Laurillard, 2011]. Кроме того, утверждается, что ИПБ является основной областью для обработки числовой информации [Nieder, 2016], действуя как семантический декодер символического числового ввода (например арабские цифры, словесные числовые слова) из предметно-ориентированных числовых систем [Dehaene, 1992], активирующейся во время операций числового сравнения [Dehaene и др., 2003]. Эти результаты свидетельствуют о том, что численность представлена в виде мысленной числовой линии, где численно сходные значения занимают примерно одинаковое положение в числовом континууме; следовательно, затрудняется поиск подходящих представлений для близко расположенных чисел [Dehaene, 2003]. Люди и некоторые животные, такие как обезьяны, голуби, крысы и даже беспозвоночные, лишенные сложных кортикальных структур (такие как пауки и медоносные пчелы), по-видимому, наделены филогенетически разделяемой и врожденной способностью воспринимать и манипулировать аналоговыми несимволическими представлениями величины приблизительным образом [Skagenholt и др., 2018]. Эта приблизительная система счисления имеет решающее значение для способности оценивать и представлять численность.

Было показано, что точность оценки численности предсказывает математические способности во время развития и, как предполагается, лежит в основе развития арифметических и математических способностей [Halberda,

Mazzocco, Feigenson, 2008], [Libertus, Feigenson, Halberda, 2011]. Подчеркивается, что даже маленькие дети и необразованные взрослые с крайне низким уровнем математического языка обладают абстрактной «протоматематической» числовой, пространственной и временной интуицией [Amalric, Dehaene, 2016]. Такие основные (интуитивные, «ядерные») знания являются предвестниками формирования поздних математических навыков и, поэтому, могут служить фундаментом для абстрактных математических концепций [Amalric, Dehaene, 2016].

Исследование пациентов с повреждением головного мозга дополнительно подтвердило эти выводы: пациенты с повреждением нижней теменной доли, как правило, демонстрировали плохую приблизительную арифметику, но не имели нарушений в точной арифметике [Xiang и др., 2016]. Напротив, пациенты с повреждением левой лобной доли демонстрировали плохие способности к точной арифметике, но не выказывали никаких изменений в выполнении приблизительной арифметики [Lemer и др., 2003], [Dehaene, Cohen, 1997].

Однако эта вычислительная способность вряд ли вносит существенный вклад в формирование математического таланта [Zhang, Gan, Wang, 2017]. Значительное число исследований показало, что ПБ 40, располагающаяся в ИПБ также играет решающую роль в пространственном восприятии, зрительно-моторной интеграции [Anderson и др., 2011], тактильном восприятии и рабочей памяти (Baldo & Dronkers, 2006), принятии решений [Vickery, Jiang, 2009], устойчивом внимании [Singh-Curry, Husain, 2009] и умственных математических операциях [Anderson и др., 2011], [Cohen и др., 2000], [Kroger и др., 2008].

Существует множество подтверждений участия задних областей коры головного мозга в процессах математического мышления. Так задние области правого полушария могут быть связаны с определенными аспектами концептуальных знаний в математике, со стратегическим планированием или определенными типами пространственного мышления [Byrnes, 2008].

Однако не только задние отделы мозга поддерживают математические способности, но и расширенная лобно-теменная сеть, что продемонстрировано рядом исследований по нейровизуализации [Zhang, Gan, Wang, 2017], [Dehaene и др., 2003], [Rivera и др., 2005], [Barnea-Goraly и др., 2005].

Большинство нейробиологов предполагают, что лобные доли являются наиболее вероятными местами рассуждений высшего порядка [Byrnes, 2008]. Важная роль фронтальной коры при решении математических задач подчеркивается во многих исследованиях. В задачах с повышенными требованиями к когнитивному контролю и исполнительному вниманию математически одаренные подростки демонстрировали более интенсивную активацию, связанную с событиями, в лобной коре, чем субъекты со средними способностями [Zhang, Gan, Wang, 2017].

Билатеральные интрапариетальные и префронтальные поля систематически активизируются при числовых восприятиях и вычислениях, а математические схемы уже присутствуют не только у маленьких детей, но даже и у нетренированных обезьян [Amalric, Dehaene, 2016]. Вариации в распределенной теменно-фронтальной сети, состоящей, в основном, из дорсолатеральной префронтальной коры, теменной доли, передней поясной извилины, а также регионов височной и затылочной долей согласно теории теменно-фронтальной интеграции, могут предсказывать индивидуальные различия в интеллекте и способности рассуждать [Zhang, Gan, Wang, 2017].

Основываясь на обширном обзоре литературы по математическим способностям, Доукер (2005) пришел к выводу, что индивидуальные различия в арифметических способностях в значительной степени объясняются гибкостью и выбором соответствующей стратегии в арифметических показателях [Dowker, 2005]. Подходящие стратегии варьируются в зависимости от требований задачи и других когнитивных способностей [Campbell, Xue, 2001], [Otsuka, Osaka, 2015]. Выделяют следующие основные стратегии, используемые в арифметической практике [Hinault, Lemaire, 2016]:

- Стратегия округления для обеспечения быстрой оценки ответа;

- Стратегия проверки правдоподобия или стратегия проверки на нарушение правил;
- Стратегия извлечения или поисковая стратегия, предполагающая быстрое извлечение из памяти арифметических фактов и в случае доступности используется наиболее часто;
- Процедурная стратегия, предполагающая использование набора операция или действий, выполняемых для достижения некоторой цели [Byrnes, 2008], например, разложение задач на более мелкие факты [Hinault, Lemaire, 2016]. Процедурная стратегия предполагает активную работу с ресурсами памяти и большее количество процессов, по сравнению с поисковой стратегией, что делает последнюю менее сложной по сравнению с процедурной [Hinault, Lemaire, 2016]. Психологи и педагоги предполагают, что процедуры могут существовать в сознании на разных уровнях абстракции [Byrnes, 2008]. На самом низком уровне находятся конкретные действия или алгоритмы. На несколько более высоком уровне абстракции находятся стратегии и эвристики. Стратегии более абстрактны, чем процедуры, основанные на действиях, и одна и та же общая стратегия может применяться в самых разных ситуациях. Родственным видом процедурных знаний является эвристика, или эмпирическое правило [Byrnes, 2008].

### **1.3 Рабочая память (РП): структура и влияние на когнитивную деятельность**

В тесной связи с математической результативностью и с арифметической, в частности, находится рабочая память [Swanson, Sachse-Lee, 2001], [Bull, Scerif, 2001], [Geary, Hoard, Hamson, 1999]. Понятие «рабочая память» было впервые предложено Дж. Миллером, Ю. Галантером и К. Прибрамом в 1960 году [Miller, Galanter, Pribram, 1960], а затем серьезно доработано А. Бэддели и Г. Хитчем [Baddeley, Hitch, 1974a], представивших ее как систему,

облегчающую целый ряд когнитивных действий, таких как рассуждение, обучение и понимание [Baddeley, 2003]. Уже в своих ранних работах Бэддели определял РП как часть системы кратковременной памяти, способную не только удерживать информацию в течение короткого промежутка времени, но активно манипулировать ее элементами [Baddeley, Hitch, 1974a] и в силу продолжавшихся дискуссий сложившийся изначально взгляд на природу кратковременной и рабочей памяти, как на пассивное хранилище информации перед размещением ее в долговременную память впоследствии был заменен более динамичной моделью, сочетающей в себе не только элементы хранения, но и обработки и манипулирования [Unsworth, Engle, 2007].

Основной характеристикой кратковременной памяти является ее способность кодировать или регистрировать информацию, в то время как РП включает в себя извлечение элементов из кратковременной и долговременной памяти для выполнения определенного действия [Kent, 2016]. Некоторые исследователи приравнивают кратковременную память к объему внимания [Lezak и др., 2012] и определяют ее как способность удерживать информацию «онлайн» в течение времени, достаточного для обеспечения выполнения задачи. Повреждения или дисфункции на уровне коры головного мозга, полосатого тела, бледного шара или мозжечка могут приводить к нарушениям РП [Koziol, Budding, 2009]. Другие, напротив, отделяли РП от внимания, аргументируя различными тестами [Kent, 2016].

У многих клиницистов до сих пор отсутствует ясное понимание взаимосвязи внимания и РП [Kent, 2016]. Так же, как не существует на сегодняшний день общепринятой модели внимания, не существует и единой общепринятой модели РП, которая все еще остается развивающейся концепцией [Kent, 2016]. Теоретически предполагается, что РП - эта система, обладающая ограниченной емкостью, предназначенная для временного хранения информации и поддержания интерфейса между восприятием, долговременной памятью и действиями, обеспечивая, тем самым когнитивные процессы [Baddeley, 2003].

В исследованиях ограничений объема РП, предпринимаемых в течение последнего десятилетия доминировали две принципиально разные гипотезы.

Дискретная модель [Standage, Paré, 2018], [Buschman и др., 2011] предполагает, что ограничение емкости РП отражает лимитированное количества объектов, которые могут быть представлены одновременно, поскольку хранятся в ограниченном числе «слотов» и в силу этого ограничения объекты конкурируют друг с другом за кодирование. Дискретная модель предполагает, что каждый «слот» имеет фиксированное разрешение и информация кодируется в них по принципу «все или ничего».

Гибкая ресурсная модель предсказывает, что ограничивается лишь общий объем доступной информации, распределяемой между всеми представленными объектами и добавление дополнительных сокращает лимит кодирования для каждого объекта в рабочем пространстве, то есть, в соответствии с этой моделью может быть сохранено любое количество элементов, но с уменьшающимся разрешением [Standage, Paré, 2018], [Buschman и др., 2011]. Согласно этой модели, точность кодирования снижается по мере увеличения числа кодируемых объектов [Standage, Paré, 2018].

Роль РП в когнитивном познании неоспорима, однако в прошлом психологи расходились во мнении относительно значения РП. Так, Пиаже полагал, что рост РП происходит как следствие когнитивного развития, а Леон Паскаль, напротив, был пионером идеи, что РП лежит в основе развития когнитивных способностей [Martí, Rodríguez, 2012]. Индивидуальные различия в объеме РП имеют важные последствия для способности приобретать знания и новые навыки, решать задачи и понимать прочитанное [Alloway, Alloway, 2010], [Engle и др., 1999]. Объем РП - величина весьма стабильная и в начале дошкольного образования является более мощным предиктором академического успеха, чем IQ, измеренный в конце начальной школы [Alloway, Alloway, 2010].

Бэддли и Хитч [Baddeley, Hitch, 1974b] предложили двухуровневую и трехкомпонентную модель РП, включающую в себя центральную

исполнительную систему с ограниченной способностью к вниманию, которой помогают две изолированные вспомогательные системы хранения: фонологическая петля, основанная на звуке и языке, и визуально-пространственный домен. Позднее в модель был добавлен дополнительный компонент, позволяющий взаимодействовать между собой всем структурным элементам РП – эпизодический буфер [Baddeley, 2003]. Эпизодический буфер, предположительно, представляет из себя хранилище ограниченной емкости, которое объединяет информацию для формирования интегрированных эпизодов и находится под контролем исполнительной власти и сознания. Его многомерное кодирование позволяет интегрировать различные системы, а сознательное осознание обеспечивает удобный процесс привязки и извлечения [Baddeley, 2003]. За счет своей буферной функции РП оказывается способной манипулировать имеющимися образами и данными и действовать как глобальное рабочее пространство, доступ к которому осуществляется через сознание [Baars, 1988], [Baars, 2002].

На настоящий момент не подлежит сомнению ключевое влияние исполнительного контроля РП на эффективность решения математических задач [Shen, Liu, Chen, 2018], [Imbo, Vandierendonck, Vergauwe, 2007], [DeStefano, LeFevre, 2004], [Shen, Liu, Chen, 2018]. Под контролем центральной исполнительной системы (ЦИС) находятся такие функции, как:

- переключение или смещение внимания (отключение нерелевантного набора задач или стратегий и последующая активация более подходящих);
- торможение (подавление доминирующих тенденций к действию в пользу поведения, более соответствующего цели);
- обновление (кодирование и оценка входящей информации на предмет релевантности текущей задаче и последующий пересмотр информации, хранящейся в памяти, с целью выбора наиболее тесно связанной с задачей информации [Baddeley, 1996], [Miyake и др., 2000]);

- планирование и мониторинг целей [Bull, Espy, Wiebe, 2008].

Очистка рабочей памяти от нерелевантных решений, активное ожидание нужной информации и процессы активной обработки информации приводят к выдвижению новой гипотезы и поиску решения [Anderson, 2005], [Seifert и др., 1994], [Davidson, 2003], [Knoblich, Ohlsson, Raney, 2001]. ЦИС обеспечивает кодирование и выбор соответствующего контента среди отвлекающих факторов [Quentin и др., 2019], координацию протекающих параллельно процессов и отслеживание уже выполненных задач [Shen, Liu, Chen, 2018]. Сообщалось, что наиболее тесно связана с интеллектом у здоровых взрослых функция обновления [Bull, Espy, Wiebe, 2008]. В контексте математических задач производительность РП, в первую очередь, связана с точным доступом к находящемуся в долговременной памяти нужному алгоритму [Swanson, Beebe-Frankenberger, 2004] и выбору соответствующего контента среди отвлекающих факторов, а не только его поддержание [Quentin и др., 2019].

Существуют исследования, направленные на изучение связи между стратегиями решения задач и компонентами РП [Hinault, Lemaire, 2016], [Cavdaroglu, Knops, 2016], [Clearman, Klinger, Szűcs, 2017], [Lee, Kang, 2002], [Logie, Gilhooly, Wynn, 1994]. Помимо активаций в височно-теменных областях наблюдаемых при решении арифметических задач, регулярно обнаруживается активность и в префронтальной коре [Arsalidou, Taylor, 2011], [Artemenko и др., 2018], которая действует как общий ресурс для когнитивных функций и их участие организовано иерархически, в соответствии со сложностью задачи [Arsalidou, Taylor, 2011], [Owen и др., 2005]: нижние лобные извилины участвуют в обработке простых числовых задач, которые требуют лишь небольшого объема памяти или процедурных требований, по мере сложности задачи, связанной с увеличением числа процедурных шагов или времени когнитивной нагрузки задействуются средние лобные извилины - ПБ 46. При выработке стратегий для решения многоступенчатых задач включаются медиальная и верхняя лобные извилины - ПБ 10.

По всей видимости, префронтальная кора, обеспечивающая деятельность исполнительного контроля РП и является субстратом гибкости мыслительных процессов, лежащих в основе математических способностей [Крутецкий, 1998], [Союза, 2010].

Функция визуально-пространственного домена сводится к способности удерживать визуальные пространственные представления и манипулировать ими [Baddeley, 2003]. В арифметических вычислениях зрительная РП поддерживает построение визуальных образов числовой информации, включая мысленную числовую линию [LeFevre и др., 2010], [Simms и др., 2016] и отвечает за пространственные аспекты вычисления, например, выравнивание чисел и перенос в многозначных операциях [Trbovich, LeFevre, 2003].

Деятельность зрительной РП обеспечивает успех в таких областях, как архитектура и инженерное дело [Purcell, Gero, 1998], [Verstijnen и др., 1998]. Есть много примеров, подтверждающих значимость визуальных и пространственных образов в научных открытиях [Baddeley, 2003]. Было обнаружено, что зрительно-пространственные навыки и зрительно-пространственная рабочая память связаны со способностями к счету и математике у детей и подростков [Bull, Espy, Wiebe, 2008].

В структуре зрительного компонента РП выделяют подсистему, репрезентирующую пространственную компоновку сцены, так называемая пространственная зрительная РП и подсистему, содержащую данные о наборе простых характеристик объекта - объектная зрительная РП [Smith и др., 1995]. В качестве анатомического субстрата для визуально-пространственного домена РП определяют заднюю париетальную кору [Zhang, Gan, Wang, 2017] и преимущественно в правом полушарии [Baddeley, 2003]. Сильная активация задней париетальной коры в математически одаренном мозге предсказывает успешное выполнение основанных на образах представлений в памяти при решении математических задач [Zhang, Gan, Wang, 2017]. Объем зрительной РП ограничен, как правило, 3-4 объектами, которые содержат такие характеристики, как цвет, местоположение и форма [Baddeley, 2003].

Тем не менее роль визуально-пространственного домена, как ключевого в математических достижениях является спорной: ряд исследователей продемонстрировали негативное влияние зрительно-пространственной нагрузки на умственную арифметику [Clearman, Klinger, Szűcs, 2017], [Lee, Kang, 2002], [Cragg и др., 2017], в то время, как другие исследования его не обнаружили [Logie, Gilhooly, Wynn, 1994], [Imbo, Vandierendonck, 2007].

Некоторые работы не смогли подтвердить прямую связь между визуально-пространственной РП и математическими достижениями, однако обнаружили таковую между фонологической кратковременной памятью и математикой [Gathercole и др., 2006].

Важным отличием вербальной РП от зрительной является дискретный характер вербального материала в противовес континуальному характеру зрительного образа [Уточкин, Юревич, Булатова, 2016]. Фонологическая обработка основывается на трех различных подпроцессах: фонологическое осознание, фонологическая память и быстрое присвоение имен [Pollack, Ashby, 2018]. Двухкомпонентная модель фонологического цикла [Baddeley, 2003] включает в себя фонологическое хранилище, которое может удерживать следы памяти в течение нескольких секунд, прежде чем они исчезнут, и процесс артикуляционной репетиции, аналогичный субвокальной речи. Следы памяти могут быть обновлены путем извлечения и повторной артикуляции. Предельный объем вербальной РП, полученный в разнообразных экспериментальных парадигмах, как правило, оценивается в 4-6 элементах [Уточкин, Юревич, Булатова, 2016], [Cowan, 2001]. Компоненты фонологической петли РП локализируют в левой височно-теменной области, при этом поле Бродмана (ПБ) 40 идентифицируется, как локус фонологического хранилища, а область Брока (ПБ 6/44) как область, вовлеченную в процесс репетиции [Baddeley, 2003].

Фонологическая система во время арифметических вычислений поддерживает кодирование визуальных или слуховых чисел, а также извлечение из семантической долговременной памяти [Artemenko и др., 2019] и

временное хранение промежуточных результатов [Adams, Hitch, 1997], [Dehaene, 1999], [FÜRst, Hitch, 2000]. Существуют данные, свидетельствующие о наличии взаимосвязи между арифметической и фонологической обработкой на нейронном уровне. Так решение арифметических задач, связанных с поиском фактов, таких как сложение и умножение однозначных чисел, задействует области мозга, связанные с языковой обработкой, например, угловую извилину, верхнюю и среднюю височные извилины [Arsalidou, Taylor, 2011], [Dehaene и др., 2003], преимущественно с левой стороны [Zamarian, Ischebeck, Delazer, 2009], [Ansari, 2008]. Нарушения в арифметике, в частности в поиске фактов, также были описаны у детей с дислексией [Smedt De, Voets, 2010], [Simmons, Singleton, 2008]. Сети мозга, которые поддерживают чтение и арифметику, перекрываются в височно-теменной и нижней лобной коре [Smedt De, Voets, 2010], [Prado и др., 2011], а индивидуальные различия в поиске арифметических фактов коррелируют с целостностью белого вещества дугообразного пучка [Beek Van и др., 2014]. Шмитхорст и Дуглас Браун [Schmithorst, Brown, 2004] представили доказательства вербального кода в нижней лобной извилине и во всей перисильвиевой языковой сети: включая супрамаргинальную извилину, среднюю и верхнюю височный извилины. Тот же результат показали данные метаанализа, проведенного в 2018 году [Pollack, Ashby, 2018].

Как видно, большое количество работ указывает на существование тесной связи между фонологической петлей РП и арифметикой, однако в то же время обнаруживаются исследования, не подтверждающие существенность этой связи. ФМРТ-исследование мозга, выполненное во время решения арифметических примеров показало слабое или полное отсутствие перекрытий с языковыми полями, на основании чего был сделан вывод о концептуальной независимости арифметики от языка, по крайней мере, у взрослых [Amalric, Dehaene, 2016]. Несколько работ, в которых изучалось прямое нейронное перекрытие между арифметической и фонологической обработкой, были проведены у взрослых и дали противоречивые результаты: Саймон с коллегами

[Simon и др., 2002] исследовали нейронное перекрытие для арифметических и языковых задач и обнаружили область в левой ИПБ, медиальнее ангулярной извилины, которая была активна для обеих задач, в то время, как Андин с соавторами показали, что в задачах умножения была задействована задняя ангулярная кора, в то время как фонологическая обработка задействовала переднюю левую ангулярную область [Andin и др., 2015]. В исследовании с использованием позитронно-эмиссионной томографии (ПЭТ) изучали модели активации во время простого чтения цифр, поиска простых арифметических фактов, и арифметических расчетов, и никаких активаций в перисильвиевой области найдено не было [Fedorenko, Varley, 2016]. В литературе обнаруживается еще немало исследований, которые также не показали взаимосвязи между языковыми и математическими регионами мозга [Fedorenko, Varley, 2016], [Varley и др., 2005], [Fedorenko, Behr, Kanwisher, 2011], [Monti, Parsons, Osherson, 2012]. Перечисленные работы ставят под сомнение утверждение о том, что языковая система значимо активизируется во время занятий точной арифметикой.

По аналогии с ролью фонологической петли в овладении языком кажется возможным предположить наличие ее определенной роли не только в приобретении семантических знаний об объектах и способах их использования, о сложных системах и для пространственной ориентации [Baddeley, 2003], но и для придания смысла математическому содержанию, несмотря на ограниченную роль вербального домена в числовых манипуляциях [Vukovic, Lesaux, 2013]. В отличие от решения арифметических, решение математических задач требует большей семантической обработки, поскольку оно использует математические концептуальные знания для поиска числовых соотношений между объектами, событиями или даже абстрактными числами [Zhou и др., 2018]. Другими словами, языковые способности могут иметь основополагающее значение для формирования математических концепций, в том числе и более высокого порядка [Vukovic, Lesaux, 2013].

Однако есть и противоположные мнения. Так, например, Деин [Dehaene, 1999] отмечает снижение зависимости математики от языка по мере возрастания ее уровня. На основе другой серии работ на пациентах с семантической деменцией [Butterworth, Cappelletti, Kopelman, 2001], [Cappelletti, Butterworth, Kopelman, 2001], [Cheng и др., 2013] было показано, что они могут потерять способность к семантической обработке, но при этом сохранить арифметические способности, на основании чего авторы делают вывод о том, что семантическая обработка может не быть важным компонентом арифметических вычислений. Ряд исследователей предполагают, что общие языковые способности менее важны при обучении манипуляциям — как с арабскими числами в арифметике, так и с абстрактными символами, например, в алгебраических рассуждениях, и это означает, что, вероятно, есть и другие когнитивные системы, помимо языковой, вовлеченные в манипуляцию точными числами [Jordan, Mulhern, Wylie, 2009], [Jordan, Levine, 2009], [Locuniak, Jordan, 2008]. Альберт Эйнштейн однажды заявлял: «не похоже, чтобы слова и языки, письменные или устные, играли какую-либо роль в моих мыслительных процессах» [Amalric, Dehaene, 2016].

Как видно, уже не вызывает сомнений значимость влияния ЦИС на математическое мышление и математические способности, но степень влияния нижележащих структур РП по-прежнему обсуждается и наиболее противоречивым элементом в этой структуре является фонологическая петля РП.

#### **1.4 Связь электрической активности мозга с определенными типами мыслительной деятельности**

Интегративная функция мозга, с точки зрения концепции функционально цельного мозга [Başar, 2006], предполагает взаимодействие различных аспектов мышления на основе четырех основных принципов:

- когнитивные функции мозга сопровождаются колебательной активностью специфических нейронных сетей;

- существует взаимодействие между удаленными структурами мозга, и это может быть измерено с помощью когерентности и разности фаз;
- сотрудничество между структурами мозга носит избирательный характер;
- механизм, который мозг использует для супер-синергии, состоит из ансамбля подмеханизмов, которые действуют в синергии при стимуляции сенсорным и/или когнитивным воздействием.

Колебательная активность, обеспечивающая интегрированность нейронных образований, лежит в основе ментальной деятельности человека [Başar, 2006]. Внутренняя колебательная активность отдельных нейронов составляет основу собственных частот нейронных узлов, которые представлены гамма-, бета-, альфа-, тета- и дельта-ритмами [Başar, 2006] и этими же частотами связана реакция на любые внешние и внутренние стимулы [Başar, 2006], [Marko, Cimrová, Riečanský, 2019]. Так нейронные узлы синхронизируются между собой, чтобы разряжаться в едином ритме [Buzsáki, 2006], обеспечивая когнитивную деятельность мозга, о корреляции которой с мощностью в тех или иных частотных диапазонах известно уже давно [Putze, Schultz, 2014]. Множеством экспериментов продемонстрировано, что все аспекты познания связаны с модуляцией колебательной динамики в нейронных сетях [Tzur, Berger, 2009], [Siegel, Warden, Miller, 2009], [Buschman и др., 2012], [Brincat, Miller, 2016], [Lundqvist и др., 2016], [Lundqvist и др., 2018].

Хорошим показателем функциональной связи популяций нервных клеток в различных областях мозга считается фазовая синхронизация [Lachaux и др., 1999], [Uhlhaas, 2009]. Временная крупномасштабная синхронизация различных нейронных сетей обеспечивает коммуникацию вовлеченных в когнитивный процесс анатомических областей мозга за счет колебаний в разных частотных диапазонах [Hipp и др., 2012], [Siegel, Donner, Engel, 2012]. Как правило, выбор частотного диапазона зависит от пространственного масштаба сети: по мере того, как масштаб становится более глобальным,

спектральная частота уменьшается и наоборот [Buzsáki, Draguhn, 2004], [Honey и др., 2007]. Дальнодействующие связи обеспечивают формирование "глобального рабочего пространства", которое потенциально может скоординировано соединить несколько распределенных и специализированных областей мозга [Dehaene, Kerszberg, Changeux, 1998]. Формирование "глобального рабочего пространства" теоретически может быть измерено топологическим сдвигом, характеризующимся переходом функциональных сетей человеческого мозга к глобально синхронизированной и высокоинтегрированной конфигурации, обеспечивающей замену первоначальной структуры состоящей из локально синхронизированных и модульно-организованных подсистем бессознательной обработки [Dehaene, Changeux, 2005], [Kitzbichler и др., 2011]. Таким образом, интеграция большого количества распределенных локальных процессов в глобальные состояния и формирование посредством временного структурирования нейронных образований «глобального рабочего пространства» для достижения целей эффективной обработки информации [Mizuhara, Yamaguchi, 2007] были бы невозможны без соединений дальнего действия [Buzsáki, Logothetis, Singer, 2013], [Kitzbichler и др., 2011], [Bassett и др., 2006], [Dehaene, Kerszberg, Changeux, 2006]. Синхронизация удаленных структур, играющая важнейшую роль в крупномасштабной коммуникационной и информационной интеграции [Markov и др., 2013] обеспечивается временным лагом медленных частот [Buzsáki, 2006].

Считается, что различные паттерны колебательной активности отражают различные динамические свойства нейронных узлов, участвующих в различных функциях. Были накоплены знания относительно взаимосвязи некоторых основных функциональных свойств различных частотных диапазонов [Mizuhara и др., 2004], [Schack и др., 2002], [Micheloyannis и др., 2005]. При сенсорно-когнитивном вводе активируются избирательно распределенные по всему мозгу колебательные нервные ткани, при этом различные когнитивные задачи из-за конкурирующего характера организации корковых сетей [Friedrich,

Friederici, 2013], вызывают устойчивые модуляции колебательной активности в различных частотных диапазонах и областях [Jensen и др., 2011]. Ряд электрофизиологических исследований показали, что разница в частоте, вероятно, связана как с различными функциями, так и с различными источниками [Mizuhara, Yamaguchi, 2007]. При определенных функциональных состояниях основные рабочие ритмы могут менять свои функциональные роли и кроме того, по мере увеличения сложности стимула или затруднения распознавания стимула увеличивается количество колебаний и изменяется ансамбль их параметров [Başar, 2006].

Колебательная активность нервных тканей может быть описана с помощью целого ряда параметров отклика: амплитуда, латентность, синхронизация - десинхронизация, длительность, степень согласованности между различными колебаниями, степень энтропии и различная их конфигурация характеризует соответствующие комплексы нейронных задач и функций [Pfurtscheller и др., 1997], [Miltner и др., 1999], [Schürmann и др., 2000], [Kocsis, Prisco Di, Vertes, 2001], [Rosso, Martin, Plastino, 2002]. Благодаря множеству возможных конфигураций параметров отклика один и тот же частотный диапазон может использоваться в мозге для выполнения не одной, а целого ряда функций [Başar, 2006].

Никакая деятельность мозга не была бы возможна без механизмов супер-синергии, обеспечивающих комбинированное действие большого количества колебаний [Başar, 2006]. К механизмам, посредством которых достигается состояние супер-синергии относятся: временная когерентность между клетками в кортикальных столбцах при простом связывании [Eckhorn и др., 1988], [Gray, Singer, 1989]; суперпозиция колебаний в различных частотных диапазонах, где сравнительная полярность и фазовый угол различных осцилляций имеют решающее значение для создания конфигураций, специфичных для каждой конкретной функции [Başar, 2006] и, наконец, синергия между альфа-, бета-, гамма-, тета- и дельта-колебаниями во время выполнения сенсорно-когнитивных задач [Başar, 2006]. Таким образом, колебательная активность

является управляющим фактором в деятельности мозга, где каждая функция представлена в мозге суперпозицией колебаний в различных частотных диапазонах [Graben, 2001], [Yordanova и др., 2002]. Согласно принципу суперпозиции, интегративная функция мозга достигается за счет комбинированного действия некоторого количества колебаний, при этом присвоить единственную функцию каждому конкретному типу колебательной активности невозможно, так как каждый из них играет целый ряд ролей и все вместе они действуют как универсальные операторы или коды функциональной активности мозга [Micheloyannis и др., 2005], [Başar, 2006].

Похоже, что ни один из видов электрических колебаний мозга не играет настолько же существенную роль в процессах памяти, внимания, эмоций и мотиваций как осцилляции в диапазоне альфа ритма [Базанова, 2011]. В состоянии покоя с закрытыми глазами, это, безусловно, самый сильный электрофизиологический сигнал, который может быть записан с кожи головы человека [Jensen и др., 2011]. Предполагается, что альфа-осцилляции формируются в таламических ядрах первого порядка и коре, причем их амплитуды обратно связаны с активированной популяцией нейронов [Grabner, Smedt De, 2012], [Klimesch, Sauseng, Hanslmayr, 2007] и они возникают при отсутствии соответствующих стимулов [Buzsáki, 2006]. Для альфа ритма характерно снижение амплитуды при реакции зрительной и когнитивной активации [Базанова, 2011]. Оптимальная обработка требует альфа-активности в областях, не относящихся к задаче, поэтому она подавляет поступающую визуальную информацию, мешающую задаче [Jensen и др., 2011]. Считается, что альфа ритм – это активный механизм подавления дистрактора [Antonov, Chakravarthi, Andersen, 2020]. Было высказано предположение, что именно альфа-усиление, а не ее бездействие, отражает активный ретинотопически организованный механизм подавления отвлекающих факторов [Antonov, Chakravarthi, Andersen, 2020]. Однако, все это не объясняет прецеденты возрастания мощности альфа ритма при решении целого ряда когнитивных задач. Была предложена альтернативная гипотеза, указывающая на

самоорганизацию альфа колебаний как отражение внутренних ментальных операций [Buzsáki, 2006].

Одна из гипотез, касающихся источников бета-ритма предполагает, что он генерируется локальными взаимодействиями между клетками, состоящими из пирамидальных петель (клетка – интернейрон) или пирамидальных ячеек пятого слоя, соединенных щелевыми соединениями [Kopell, Whittington, Kramer, 2011], [Jensen и др., 2005], [Kramer и др., 2008], [Roorun и др., 2006]. Функциональная роль бета - колебательных реакций, по-видимому, менее изучена по сравнению с другими частотными диапазонами [Güntekin и др., 2013]. Классически считалось, что бета-осцилляторные реакции связаны с соматосенсорными и двигательными функциями и, как правило, демонстрируют тенденцию к снижению при произвольном движении [Güntekin и др., 2013], [Pfurtscheller, Berghold, 1989], [Pfurtscheller, Stancák, Neuper, 1996], [Kropotov, 2009], [Kropotov, 2016], [Kerechanin и др., 2020], [Anderson, Ding, 2011] и при представлении моторных образов [Neuper и др., 2009]. Левенталь с соавторами предположили, что бета-колебания отражают стабилизированное после принятия решения состояние сетей кортикально–базальных ганглиев, которое обычно уменьшает помехи от альтернативных потенциальных действий [Leventhal и др., 2012]. Есть утверждения о том, что нейронная активность в бета-диапазоне связана с обработкой эмоциональных стимулов [Liu и др., 2019], [Güntekin и др., 2013]. Есть данные, указывающие на то, что синхронизация бета-фазы может быть связана с широким спектром когнитивных процессов, контролем внимания [Mizuhara, Yamaguchi, 2007], [Güntekin и др., 2013], [Kukleta и др., 2009], управляемым визуальным поиском и свободным выбором [Bressler, Richter, 2015]. Повышенная бета-активность может отражать обрабатываемую информацию. Исследования на людях и высших приматах показали, что бета-синхронизация может зависеть от содержания информации, меняться в зависимости от различных значений [Spitzer, Naegens, 2017], правил внутренних задач [Buschman и др., 2012] и категорий стимулов [Antzoulatos, Miller, 2014], [Antzoulatos, Miller, 2016]. Бета-

синхронизации способны обеспечивать межрегиональную связь на большие расстояния, в первую очередь благодаря бета-взаимодействиям между префронтальной и задней теменной корой [Bressler, Richter, 2015]. Посредством моделирования было показано, что бета-колебания облегчают меж- и внутрислойные нейронные взаимодействия, образующие субстрат для кратковременной памяти и корковых представлений стимулов, лежащих в основе функции РП [Kopell, Whittington, Kramer, 2011].

Известно, что когнитивные функции зависят от адаптивной самоорганизации крупномасштабных нейронных сборок [Zhang, Gan, Wang, 2015a], а низкие частоты, такие как тета действуют как временная матрица для передачи сигналов меньшей мощности и более высокого информационного содержания, таких как активность в бета и гамма-диапазонах [Cavanagh, Frank, 2014]. Считается, что медленный тета-ритм отвечает за организацию рабочего цикла обмена информацией между структурами мозга [Battaglia и др., 2011], [Zhang, Gan, Wang, 2015a]. Благодаря большой задержки фазы низкочастотных колебаний, становится возможным синхронизировать многие нейроны [Buzsáki, 2006], функционально объединить удаленные области мозга [Battaglia и др., 2011], [Zhang, Gan, Wang, 2015a]. Эта тета-синхронизация может создавать временные окна для сегрегации корковых популяций [Cavanagh, Frank, 2014], которые могут разделять процессы приема и передачи информации [Cavanagh, Frank, 2014]. Интенсивная мобилизация глобального рабочего пространства коррелируется с индивидуальными когнитивными возможностями [Dehaene, 2001], [Kitzbichler и др., 2011], включая восприятие, память, суждения и т.д. [Zhang, Gan, Wang, 2015a]. Формирование рабочего пространства приводит к топологическим сдвигам, когда функциональные сети человеческого мозга переходят к глобально синхронизированной и высокоинтегрированной конфигурации, чтобы заменить первоначальную структуру, состоящую из модульных, локально синхронизированных подсистем бессознательной обработки [Dehaene, Changeux, 2005], [Kitzbichler и др., 2011]. Такая глобальная, временно синхронизированная система способна оказывать

поддержку более высоким когнитивным функциям за счет дальнего набора оригинальных, слабо друг с другом связанных локальных функциональных модулей [Zhang, Gan, Wang, 2015a]. Тета-ритм также поддерживает функциональную связь коры головного мозга с медиальной височной долей и гиппокампом, обеспечивая кодирование и извлечение из памяти [Buzsáki, 2006], [Battaglia и др., 2011], [Bastiaansen, Nagoort, 2003], [Klimesch, Schack, Sauseng, 2005], выполнение навигационных задач [Buzsáki, 2006], [Mizuhara, Yamaguchi, 2007].

Таким образом, колебательная активность мозга, обеспечивающая интегрированность нейронных образований лежит в основе его ментальной деятельности. Что касается математического мышления, нейрофизиология относительно недавно начала изучать мозговые корреляты стратегий решения математических примеров [Alnajashi, 2021], а полученные результаты весьма противоречивы. Была показана как альфа-десинхронизация при решении сложных, требующих применения процедурных стратегий арифметических задач [Smedt De, Grabner, Studer, 2009], [Artemenko и др., 2019], [Klimesch, 1999], [Micheloyannis и др., 2005], так и противоположные альфа изменения [Busch, Herrmann, 2003], [Jensen, 2002], [Magosso, Ricci, Ursino, 2021]. То же касается и тета диапазона, продемонстрировавшего в одних работах синхронизацию при решении простых, поисковых арифметических задач [Smedt De, Grabner, Studer, 2009], [Artemenko и др., 2019], [Grabner, Smedt De, 2012], [Hinault, Lemaire, 2016] и обратную картину в других, где тета ритм синхронизировался по мере увеличения сложности [Harmony и др., 1999], [Gevins, 1997], [Lin и др., 2015], [Magosso, Ricci, Ursino, 2021].

Возможно, что повышенная арифметическая сложность вызывает определенные изменения в частотных диапазонах, но не модулируется математическими способностями [Artemenko и др., 2019]. Это утверждение, однако, тоже оказывается спорным. Немало исследований, подтверждающих коррелируемость электрофизиологических показателей с математическими способностями, было проведено. Так, например, одаренные испытуемые

демонстрировали высокую ЭЭГ-активность при решении сложных задач [Proverbio, Carminati, 2019], также усиление тета-синхронизации [Lin и др., 2015], усиление тета-когерентности во фронто-париетальной сети [Zhang, Gan, Wang, 2015a], [Zhang, Gan, Wang, 2017] и альфа-десинхронизацию справа [Alexander, O'Boyle, Benbow, 1996], [O'boyle, Alexander, Benbow, 1991]. Уделялось внимание изучению нейрофизиологических коррелятов эффектов обучения, которые обнаруживались, как правило, в альфа диапазоне [Grabner, Smedt De, 2012], [Artemenko и др., 2019], [Soltanlou и др., 2018]. Однако, необходимо отметить, что, во-первых, результаты обнаруженных исследований не всегда согласуются между собой, во-вторых, подавляющее большинство работ проводилось на детях или подростках, в-третьих, используемые экспериментальные задания касаются арифметических или пространственно-образных примеров, не способных внести ясность в понимание математической одаренности и собственно математического мышления с присущими ему логикой, интуицией, творчеством и, наконец, рассматриваемые в статьях электрофизиологические эффекты обучения касались краткосрочных последствий, но не особенностей функционирования мозга у людей, посвятившим этому жизнь.

## **1.5 Машинное обучение**

Одним из актуальных направлений прикладной нейрофизиологии является разработка нейрокомпьютерного интерфейса (НКИ) - технологии преобразования нейрофизиологических сигналов в команды, адресованные внешнему устройству [Долецкий, Гузенко, 2017]. НКИ по своему воздействию на развитие человечества может оказаться сопоставимым с изобретением письменности [Кирой, 2011]. Текущая мозговая активность используется для управления различными устройствами через компьютерные интерфейсы, например, компьютерные игры, устройства связи для пациентов с тяжелыми нарушениями, управление протезами и нейро-обратная связь [Jensen и др., 2011]. Большой запрос на исследования взаимодействий человека и

компьютера поступает от инженерной сферы, поскольку того требуют современные технические устройства для осуществления эффективной коммуникации [Putze, Schultz, 2014]. НКИ может активно использоваться людьми, не имеющими мышечного контроля, благодаря его способности принимать команды без привлечения периферических нервов и мышц [Allison, Wolpaw, Wolpaw, 2007]. Идея самостоятельного контроля людьми своего мозгового ритма является основным направлением исследований задач умственного контроля на основе ЭЭГ [Gursel Ozmen, Gumusel, Yang, 2018]. Учитывая склонность людей взаимодействовать с машинами способами, аналогичными человеческому поведению, было предложено измерять когнитивные процессы и оснастить технические системы способностью понимать когнитивное состояние пользователей с целью улучшения эффективности коммуникации человека и компьютера [Reeves, Nass, 1996] [Zander, Kothe, 2011]. Обнаружение и классификация специфических паттернов мозговой активности являются важнейшими шагами в понимании и развитии общения между человеком и машиной [Nasrin и др., 2019].

Сигналы ЭЭГ вырабатываются электрическими источниками в головном мозге, которые возникают в результате синхронной активности пирамидальных нейронов 4-го кортикального слоя [Hämäläinen и др., 1993]. Динамика ЭЭГ возникает в результате временной крупномасштабной синхронизации различных сетей мозга, где задействованные анатомические области взаимодействуют в разных частотных диапазонах [Sabbagh и др., 2020]. Как правило, частота зависит от пространственного масштаба сети: по мере того, как масштаб становится более локальным, спектральная частота увеличивается [Buzsáki, 2006], [Buzsáki, Logothetis, Singer, 2013], [Buzsáki, Mizuseki, 2014]. Это мотивирует искать подходы к моделированию, чувствительные как к временному масштабу, так и к топографии сигнала. Нейронные источники ЭЭГ, к сожалению, не могут быть обнаружены, а должны быть выведены с некоторой неопределенностью из их искаженного представления на экстракраниальных датчиках. Это говорит в пользу методов машинного

обучения, которые могут легко использовать массивы датчиков высокой плотности за пределами возможностей стандартных статистических методик [Sabbagh и др., 2020].

Хотя методы машинного обучения могут играть исключительную роль и в изучении электрической активности мозга [Antonenko, Niederhauser, 2010], [Fairclough, Venables, Tattersall, 2005], [Fairclough и др., 2013], [Chaouachi, Jraidi, Frasson, 2011], [Gerjets и др., 2014], [Allison, Wolpaw, Wolpaw, 2007], подавляющее большинство исследований, связанных с машинным обучением направлено на выявление закономерностей в электрических сигналах, коррелирующих с диагнозом, прогнозом и развитием конкретной патологии или расстройства головного мозга или для анализа различий между нормой и патологией [Hojjati и др., 2017], [Rashid и др., 2016]. Широко используются классификаторы в современной нейробиологии для распознавания образов, речи, воображаемых движений, умственной нагрузки [Ray и др., 2015], [Babiloni и др., 2000], [Gysels и др., 2003], [Benevides, Bastos, Sarcinelli-Filho, 2011], [Patil, 2021], [Vashisht, Pandey, Yadav, 2021], [Putze, Schultz, 2014], [Zeng и др., 2021], [Baldwin, Penaranda, 2012], [Wang и др., 2012]. В то же время существует выраженный дефицит работ, посвященных использованию методов машинного обучения для изучения высокоуровневых когнитивных функции здорового мозга [Bosch и др., 2018]. Вероятно, это связано с трудностями разделения классов паттернов, которые представляют из себя запутанный комплекс вклада множества нейрональных функций, лежащих в основе сложной когнитивной деятельности [Bosch и др., 2018]. Кроме того, принимая во внимание противоречивые результаты спектрального анализа высших когнитивных функций человека, и в том числе математических, метод машинного обучения приобретает особое значение в изучении математического мышления. Не так много, однако уже существуют работы, касающиеся классификаций на основе рисунка электрической активности мозга ментальных состояний, связанных с решением математических, преимущественно арифметических или пространственно-образных задач [Liang и др., 2006],

[Anderson, Devulapalli, Stolz, 1995], [Walter и др., 2017], однако они, как правило, носят исключительно технический характер и не касаются биологического аспекта ритмогенеза.

Общеизвестно, что при создании хорошего классификатора необходимо обеспечить высокую эффективность распознавания при как можно более низком уровне математической сложности и минимальной математической обработке первичных данных [Liang и др., 2006]. Наиболее популярной метрикой для оценки эффективности работы классификационного алгоритма является точность классификации [Долецкий, Гузенко, 2017], то есть процент правильно классифицированных векторов признаков [Gursel Ozmen, Gumusel, Yang, 2018], [Lotte и др., 2007].

Типичная система НКИ состоит из четырех этапов: сбор сигнала, преобразование входных данных большого размера в уменьшенный набор признаков или извлечение признаков [Gursel Ozmen, Gumusel, Yang, 2018], классификация и преобразование в устройство вывода [Bashashati и др., 2007].

Этап преобразования в устройство вывода не рассматривается в рамках данной работы в связи с ее более исследовательским, нежели практическим характером.

Сигнал, формирующийся посредством мозговой деятельности, может регистрироваться с применением ЭЭГ различной плотности, магнитоэнцефалографии (МЭГ), фМРТ или внутричерепных записей и в дальнейшем, он может быть использован для обработки статистическими методами машинного обучения.

Для создания высокопроизводительного НКИ и осуществления результативного машинного обучения, в частности, важным аспектом является извлечение признаков. В нескольких исследованиях было высказано предположение, что использование эффективного метода извлечения признаков может улучшить конечные характеристики больше, чем использование эффективного классификатора [Putze, Schultz, 2014], [Gursel Ozmen, Gumusel, Yang, 2018]. Исследование состояний человеческого мозга с помощью сигналов

электроэнцефалографии (ЭЭГ) является решающим шагом в коммуникации между человеком и машиной [Nasrin и др., 2019], однако природа этих сигналов существенно усложняет их классификацию и анализ. К критическим для машинного обучения свойствам ЭЭГ признаков относятся [Lotte и др., 2007]:

- зашумленность сигнала - низкое отношение сигнал/шум из-за эффекта объемной проводимости и артефактов [Gursel Ozmen, Gumusel, Yang, 2018]);
- высокая размерность - несколько объектов обычно извлекаются из нескольких каналов и из нескольких временных сегментов перед объединением в единый вектор объектов;
- нестационарность (высокая изменчивость) ЭЭГ сигнала.

Золотым стандартом систем НКИ считается алгоритм пространственной фильтрации, или *common special patterns* (CSP) в англоязычном эквиваленте [Fazli и др., 2009]. Алгоритм используется для поиска пространственных фильтров, которые могут максимизировать различия между классами. Характерные признаки данных, подаваемых на вход, формируются из значений дисперсии результатов фильтрации исходного сигнала в различных каналах регистрации [Долецкий, Гузенко, 2017]. Метод относительно прост в реализации и не требует длительных эпох накопления данных, что позволяет использовать его в режиме реального времени [Долецкий, Гузенко, 2017]. АПФ позволяет уменьшить количество обучаемых параметров для уменьшения зашумленности ЭЭГ-данных [Mousavi, Sa de, 2019]. Более того, было показано, что сокращение параметров не только не влияет на эффективность классификации, но в ряде случаев может даже улучшить результаты [Mousavi, Sa de, 2019]. Метод извлечения пространственных фильтров оказался очень эффективным в контексте моторных изображений и в задачах создания двигательных образов [Saha и др., 2017], [Blankertz и др., 2008], [Blankertz и др., 2006], [Ramoser, Muller-Gerking, Pfurtscheller, 2000], [Tangermann и др., 2012].

Исторически первым методом обнаружения специфических ЭЭГ – паттернов когнитивной и двигательной активности был спектральный анализ

[Долецкий, Гузенко, 2017] и хотя в практическом применении он не вполне подходит пациентам с поражениями центральной нервной системы (ЦНС) по причине сложности получения стабильной ритмической активности у них [Долецкий, Гузенко, 2017], этот алгоритм все же широко используется в нейронауке, благодаря его способности извлекать частотные характеристики сигналов, свойственные умственным и двигательным задачам [Gursel Ozmen, Gumusel, Yang, 2018].

Извлеченные из исходного сигнала признаки подлежат машинному обучению с последующей классификацией посредством применения различных видов доступных моделей: нейронных сетей, линейных и нелинейных методов, классификаторов ближайших соседей, комбинаций классификаторов и прочее [Lotte и др., 2007], [Долецкий, Гузенко, 2017].

Среди активно используемых в машинном обучении классификаторов можно выделить линейные методы по причине их относительной математической простоты и хорошей интерпретируемости. Линейные классификаторы, вероятно, самые популярные алгоритмы для приложений НКИ - это дискриминантные алгоритмы, которые используют линейные функции для различения классов [Lotte и др., 2007]. Линейный дискриминантный анализ проецирует данные в векторное пространство меньшей размерности таким образом, чтобы отношение расстояния между классами к расстоянию внутри класса было максимальным для достижения максимального различения [Gursel Ozmen, Gumusel, Yang, 2018].

В качестве простейшего примера линейного классификатора может служить перцептрон, который фактически является математическим аналогом нейрона и впервые был предложен в 1943 году МакКаллок и Питтс [McCulloch, Pitts, 1943]. Перцептроны или искусственные нейронные сети (ИНС) показали высокую эффективность, например, в распознавании мыслительных операций на основе спектральных характеристик ЭЭГ при решении вербальных и пространственных задач [Иваницкий, 1997b], [Таротин, Атанов, Иваницкий, 2017], [Атанов, Иваницкий, Иваницкий, 2016]. В архитектуре нейронных сетей

выделяют, как минимум два слоя вычислительных элементов: входной, на котором искусственные нейроны запоминают состав признаков, соответствующих тому или иному классу задач и выходной, решающий обратную задачу определения типа умственной деятельности по новым наборам признаков [Шепелев и др., 2017], [Атанов, Иваницкий, Иваницкий, 2016]. ИНН, состоящие из достаточного количества нейронов и слоев могут аппроксимировать любую непрерывную функцию, они могут классифицировать любое количество классов и все это делает ИНН очень гибкими классификаторами, способными адаптироваться к большому разнообразию задач [Lotte и др., 2007].

Считается, что для успешного распознавания искусственными нейросетями паттернов мозговой активности необходимо соблюдение ряда условий: перестройка ритмов ЭЭГ в соответствии с выполняемой в уме задачей; специфичность для каждого типа мыслительной деятельности и для каждого испытуемого характера ритмических рисунков, возникающих в результате этих перестроек; устойчивость этих специфических признаков во времени, по крайней мере, на протяжении эксперимента и, наконец, выраженность этих специфических признаков, достаточная для обнаружения при использовании некоторого минимума показателей, полученных в результате предварительной обработки нескольких секунд ЭЭГ [Иваницкий, 1997b].

Универсальность нейронных сетей, тем не менее, делает их чувствительными к перетренированности, особенно с такими зашумленными и нестационарными данными, как ЭЭГ и это может привести к существенным изменениям в производительности перцептрона даже при небольших вариациях тренировочного набора [Lotte и др., 2007]. Значимыми недостатками ИНН также является их высокая сложность и в связи с тем, что они классифицируют только один вектор признаков, ИНН не способны учитывать временную информацию во время классификации [Lotte и др., 2007].

Во второй половине прошлого века советскими математиками был разработан метод обобщенного портрета, легшего в основу широко используемого в наше время метода опорных векторов (МОВ) [Вапник, Червоненкис, 1974], [Cortes, Vapnik, 1995] в англоязычном варианте support vector machine. МОВ – это метод, основанный на построении гиперплоскости, разделяющие два класса данных высокой размерности настолько далеко, насколько это возможно [Ray и др., 2015]. Метод позволяет получать очень хорошие результаты даже с многомерными векторами признаков и небольшим обучающим набором [Lotte и др., 2007]. МОВ, как правило классифицирует данные с использованием линейных границ принятия решений и известен как линейный МОВ, однако, незначительно увеличив сложность классификатора, используя “трюк с ядром”, можно создать нелинейные границы, что позволит существенно увеличить эффективность работы классификатора [Lotte и др., 2007]. В то же время МОВ не лишен и недостатков. Этот алгоритм обычно работает медленнее, чем другие классификаторы [Thulasidas, Cuntai Guan, Jiankang Wu, 2006], кроме того, вопрос о выборе ядра, оптимального для каждой конкретной задачи, до сих пор остаётся проблемным [Воронцов, 2021].

Еще одним часто используемым линейным классификатором является бинарный метод логистической регрессии, основанный на вероятностных функциях, благодаря чему появляется дополнительная возможность численно оценить вероятность отношения рассматриваемых объектов к тому или иному классу [Воронцов, 2021].

Есть мнение, что одним из основных направлений будущих исследований должно стать применение нелинейных моделей классификации, преимущество которых заключается в том, что они могут произвольно формировать сложные области принятия решения, обеспечивая тем самым, более точный результат [Lin, Tsai, Liou, 1993], что становится особенно актуальным для обработки сложных нелинейных данных ЭЭГ [Garcia, Ebrahimi, Vesin, 2003]. Однако, линейные модели могут все же оказаться предпочтительнее нелинейных, благодаря простоте использования и очень низким вычислительным

требованиям [Lotte и др., 2007], их сходной с биологическим нейроном способности объединять информацию из разных каналов [Haufe и др., 2014], [Kriegeskorte, 2011], большей надежности, демонстрации хороших результатов [Lotte и др., 2007] и согласованности результатов, полученных разными авторами [Долецкий, Гузенко, 2017]. Несмотря на наличие определенных преимуществ нелинейных методов классификации данных ЭЭГ, линейный дискриминантный анализ, лежащий в основе логистической регрессии, остается одним из популярных алгоритмов, применяемых для решения задач распознавания образов и классификации паттернов ЭЭГ [Gursel Ozmen, Gumusel, Yang, 2018].

В большинстве работ, связанных с НКИ, классификация достигается с использованием единственного способа, однако сейчас набирает обороты появившаяся сравнительно недавно тенденция к объединению несколько методов для решения задач классификации, к одной из этих стратегий относятся методы, повышающие градиент, в англоязычной литературе - gradient boosting decision tree (GBDT): дерево решений и бустинг [Lotte и др., 2007] Метод, который разработан Р. Френд и И. Шапира [Freund, Schapire, 1995], [Schapire, 2001] заключается в каскадном использовании нескольких классификаторов, каждый из которых фокусируется на ошибках, допущенных предыдущими, последовательно пересчитывая веса для более точной настройки тех типов данных, на которых ошибались предшествующие классификаторы [Воронцов, 2004]. Благодаря комбинации методов появляется возможность создавать из нескольких слабых один мощный классификатор и было показано, что объединение классификаторов эффективно и почти всегда превосходит один из них, за счет того, что комбинация классификаторов помогает уменьшить дисперсионную составляющую ошибки классификации [Lotte и др., 2007]. Эксперименты с НКИ продемонстрировали, что дисперсия может быть обусловлена изменчивостью во времени, от сеанса к сеансу или от субъекта к субъекту и вероятно, дисперсия является важным источником ошибок и одним

из эффективных способов решения этой проблемы нестационарности может быть комбинация классификаторов [Lotte и др., 2007].

Серьезной проблемой, с которой сталкиваются при работе с НКИ является проблема «переобучения», в англоязычной литературе «overfitting», возникающих при анализе сложных данных, когда обучающие алгоритмы начинают учитывать не только реальные данные, но и погрешности, что приводит к снижению качества работы классификатора [Воронцов, 2004]. Одним из важнейших преимуществ работы с GBDT является тот факт, что его едва ли можно перетренировать [Lotte и др., 2007] и по мере наращивания числа классификаторов, качество работы этого метода только возрастает [Воронцов, 2004]. Таким образом, на сегодняшний день методы GBDT являются широко используемыми способами машинного обучения, благодаря их эффективности, точности и интерпретируемости [Ке и др., 2017]. Сравнительно недавно была разработана LightGBM, облегченная версия классического Gradient Boosting Machine (GBM), позволяющая ускорить процесс обучения до 20 раз при сохранении точности [Ке и др., 2017], что является очень актуальным для ЭЭГ данных, отличающихся высокой размерностью и большим объемом.

## **1.6 Постановка проблемы диссертационной работы. Обоснование выбора методик эксперимента**

Известно, что различные аспекты мышления имеют в своей основе колебательную активность различных нейронных групп, обеспечивающую интегрированность мозговых функций [Tzur, Berger, 2009]; [Siegel, Warden, Miller, 2009]; [Buschman и др., 2012]; [Brincat, Miller, 2016]; [Lundqvist и др., 2016]; [Lundqvist и др., 2018], однако подавляющее большинство исследований, посвященных изучению мозга во время выполнения математических операций, были выполнены с использованием методов фМРТ, применение же других подходов довольно ограничено [Peters, Smedt De, 2018]. Для выявления быстро меняющихся паттернов нейрофизиологических реакций и функциональных

связей между областями мозга, являющихся частью механизма, поддерживающего выполнение когнитивной задачи [Micheloyannis и др., 2005] необходимо высокое временное разрешение, которого не хватает приемам гемодинамической визуализации мозга. Использование ЭЭГ, благодаря его высокой временной разрешающей способности, позволяет хорошо справляться с этой задачей. Несмотря на свою давнюю историю (впервые запись электрической активности мозга была произведена в 1924 году Гансом Бергером), метод электроэнцефалографии до сих пор широко используется в нейронауке и обладает целым рядом полезных качеств, среди которых: дешевизна, неинвазивность и мобильность технологий измерения электрической активности [Putze, Schultz, 2014]; наличие современного мощного математического аппарата для анализа волновой функции ЭЭГ; неоднократно подтвержденная связь ритмических паттернов и различных аспектов мышления [Roik, Ivanitskii, 2013]; [Xiang и др., 2016]; [Artemenko и др., 2018]; [Alnajashi, 2021]; [Grabner, Smedt De, 2012]; [Liu и др., 2019]; [Hinault, Lemaire, 2016].

В то же время, будучи широко используемым и высокоинформативным методом анализа электрической активности мозга, методы ЭЭГ все же не лишены ряда недостатков, а именно: зашумленность сигнала; наложение внешних (аппаратных) и внутренних (мышечных, глазодвигательных и кардио) артефактов, требующих автоматической и/или ручной очистки и отсутствие прямой связи между каналами и основными источниками ритма. Тем не менее, с учетом многократно подтвержденной связи между спектральными паттернами ЭЭГ и типом когнитивной деятельности, было решено, что достоинства метода перевешивают его ограничения и в качестве метода текущего исследования был избран ЭЭГ-подход.

Большинство работ, изучающих ритмическую активность мозга, связанную с мышлением, были проведены с использованием 32- или 64-канальных усилителей, однако в практическом смысле гораздо больший интерес представляют малоканальные регистраторы в связи с их дешевизной,

компактностью и мобильностью, качествами, обеспечивающими широкое применение. В то же время литература весьма небогата исследованиями, выполненными на регистраторах высокой плотности, возможно, способных предоставить более обстоятельную информацию о мозговой активности во время выполнения когнитивных задач, а работы демонстрирующие преимущества одного типа усилителя над другим отсутствуют вообще. В связи с интересом не только к минимальной информации о ритмической активности мозга, сопряженной с типом решаемой задачи и индивидуумом, решающим задачу, но и к ее детализации, было принято решение выполнить исследование с применением одних и тех же задач на двух типах регистраторов: 19- и 128-канальном. С учетом необходимости обеспечить наивность испытуемых для каждого типа усилителя была сформирована отдельная выборка.

Прежде, чем начать основной эксперимент испытуемым было предложено пройти тест на РП. Все элементы РП в той или иной степени обуславливают математическую успешность, однако уровень влияния ее вербального компонента наиболее дискутабелен. Отсутствие общепринятого мнения о степени участия фонологической петли в математическом мышлении и математической успешности послужило причиной, побудившей уделить внимание этому аспекту и одним из основных тестов, проливающих свет на этот вопрос, является тест на повторение цифр в прямом порядке (digital span test) [Stone, Towse, 2015], представляющий из себя поток чисел, которые необходимо запомнить и последовательно воспроизвести. Этот тест был выбран по причине того, что он задействует исключительно вербальный компонент РП, прост в организации и в обработке.

Для проведения исследования было отобрано три типа экспериментальных задач, которые должны были быть решены в уме: вербальные (5- и 6-ти буквенные анаграммы), сложные арифметические, включающие умножение двузначных чисел и логико-арифметические, предполагающие немногим более простую арифметику, но требующих

выявления скрытых правил, кодирующих последовательность чисел. Подобный выбор был определен следующими аргументами:

- Задача обнаружения устойчивых ЭЭГ паттернов обусловила относительную сложность заданий, требующих растянутую во времени умственную обработку.
- Фокусировка данного исследования на изучении математического аспекта мышления обусловила последовательное нарастание математической (логической) составляющей от вербальных через арифметические к логико-арифметическим задачам при приблизительном сохранении когнитивной сложности заданий, индикатором чего может быть среднее время решения.

Математическое мышление – сложное многокомпонентное понятие на проявление которого влияет не только факт выполнения специфической математической задачи, но и наличие математических способностей и математического опыта. Изучению математических способностей посвящено уже довольно много работ, в то время, как влияние профильного математического опыта и образования на функциональную организацию мозга в нейрофизиологической науке остается совершенно неизученным полем, что и послужило основанием для выбора объектов исследования. Более того, использование ЭЭГ для выявления не только индивидуальных, но и групповых различий в колебательной активности мозга представляет интерес для исследователей с тех пор, как была изобретена ЭЭГ [Hamburg и др., 2021].

Были отобраны испытуемые с высшим или неполным высшим образованием математического (физико-математического или технического) и гуманитарного профилей, либо работающие по специальности, либо продолжающие обучение. Предполагалось, что студенты математических специальностей, также, как и выпускники высших учебных заведений (ВУЗов), обладают выраженными математическими способностями, необходимыми для поступления и обучения в технических (математических или физико-математических) ВУЗах. В рамках отбора для участия в программе

исследования потенциальные испытуемые заполняли формы, с указанием медицинского статуса, данных аттестата зрелости, а также своих интересов, в том числе и в школьные годы. Согласно самоотчету испытуемых, студенты математических и технических специальностей рано проявляли математические способности, в школе дополнительно занимались математикой, активно участвовали в математических или физико-математических олимпиадах. В НМГ, напротив, испытуемые определялись, исходя из того, что они никогда не интересовались дополнительно математическими науками, не учились в математических или физико-математических классах (школах), не участвовали в специализированных олимпиадах, а также не замечали за собой соответствующие склонности. Обязательным условием отбора для участия в двух последних этапах, сопряженных с ЭЭГ, был средний балл аттестата зрелости и итоговый балл по школьной математике не ниже четырех. Для студентов, желавших принять участие в эксперименте на любом из его этапов порогом образования был третий курс ВУЗа и выше. Последнее решение было обусловлено тем, что, как правило, максимальный отсев из ВУЗов по причине неуспеваемости происходит в первые два года обучения. Два ценза: успеваемость в средней школе и успеваемость в ВУЗе оказались достаточными, чтобы не прибегать к тестам IQ, что позволило сократить время и уменьшить сложность программы исследования.

Помимо изучения ЭЭГ паттернов в состоянии работающего над решением актуальной задачи мозга, было принято решение также уделить внимание и спонтанной активности. Систематические, относительно стабильные паттерны активности мозга в состоянии покоя связаны с аспектами личности, интеллекта, психопатологии и неврологических расстройств [Kounios и др., 2008] и, возможно, отражают тонкие различия в нейроанатомии или в уровнях нейромедиаторов [John и др., 1988]. Одна из гипотез настоящего исследования заключается в том, что накопленный профессиональный опыт находит свое отражение в ритмических паттернах пассивно бодрствующего

мозга (вне решения актуальных задач) и могут быть обнаружены посредством применения статистических методов анализа нейронной активности.

Исследования электрической активности мозга во время выполнения различных когнитивных операций чаще всего осуществляются с помощью методов вызванных потенциалов, индуцированных событием синхронизаций/десинхронизаций и частотного анализа [Grabner, Smedt De, 2012], [Hinault, Lemaire, 2016], [Xiang и др., 2016]. Первых два способа позволяют рассмотреть подробно динамику процесса что выходило за рамки данной работы, имевшую цель исследовать качественные различия между профессионалами в сфере математических и гуманитарных наук в состоянии решения экспериментальных задач и в покое. Было решено, что больше всего для этой миссии подходит частотный анализ ритмической деятельности мозга. С целью исключения эффектов наложения частотных полос друг на друга, спектральная активность была исследована в достаточно узких диапазонах: тета (4-8 Гц), альфа 1 (8-10 Гц), альфа 2 (10-12 Гц), бета 1 (12-16 Гц), бета 2 (16-20 Гц) и бета 3 (20-24 Гц). Дельта и гамма ритмы не анализировались в связи с большим количеством низко- и высокочастотных артефактов.

Частотный анализ поведенческих показателей и показателей спектральной мощности ЭЭГ в состоянии покоя и при выполнении когнитивных задач в настоящей работе был произведен посредством корреляционного анализа, поиска статистически значимых групповых различий и методов машинного обучения.

Несмотря на то, что существующие классификаторы могут значительно улучшить понимание нейрофизиологических процессов, лежащих в основе сложной когнитивной деятельности человека, литература демонстрирует выраженный дефицит работ, посвященных изучению нормальной когнитивной функции посредством машинного обучения. Это, по всей видимости, связано со сложностями интерпретации влияния отдельных областей мозга и разделения классов [Bosch и др., 2018], а также коммерциализацией искусственного

интеллекта, в связи с чем, задачи, стоящие перед ним носят скорее прикладной характер, нежели фундаментальный исследовательский. По всей видимости, было бы большим упущением ограничить использование такого мощного статистического продукта, как машинное обучение сугубо утилитарными целями.

Проведенное в рамках текущей работы исследование математического мышления с использованием записей 19-канального регистратора носило, в первую очередь, пилотный характер. В литературе практически отсутствуют данные о возможности классификации ритмов, связанных со сложными многофакторными когнитивными процессами. Сложность распознавания типов когнитивной деятельности, реализованных в данном проекте связана, в том числе, и с глубоким взаимным перекрытием нейрональных функций, активизируемых экспериментальными задачами: вербальные, семантические, процедурные сети, кодирование информации, извлечении из памяти в существенной степени задействованы во всех трех типах задач, а особенно близки сложные арифметические и логико-арифметические, вероятно, приблизительно в равной степени дополнительно активизирующие числовые поля в теменной области и требующие сходных стратегий решения. Сомнения в успешной классификации послужили причиной следующих решений: формирование относительно небольшой выборки испытуемых (16 человек, из них 8 математиков) для участия в пилотном исследовании с применением 19-канального усилителя и использование в качестве метода машинного обучения перцептрон без скрытых слоев, как модель, наиболее приближенную к естественному нейрону и уже показавшая свою способность распознавать типы когнитивной деятельности, например, при выполнении вербальных и пространственно-образных задач [Атанов, Иваницкий, Иваницкий, 2016], [Таротин, Атанов, Иваницкий, 2017]. Роль входных данных выполняли значения мощности спектров.

Условием для запуска исследования с увеличенной выборкой испытуемых и применении дорогостоящего, стационарного, более сложного в

использовании и обработке 128-канального регистратора было обнаружение статистически значимых различий между всеми типами задач в пилотном проекте.

Работы, демонстрирующие объективные сравнения классификаторов начали появляться лишь в последнее время, все еще сравнительно редки и производятся на маленьких выборках [Nasrin и др., 2019], [Lotte и др., 2007], [Шепелев и др., 2017]. Одна из трудностей связана с тем, что классификаторы в идеале должны тестироваться в одном и том же контексте, т.е. с одними и теми же пользователями, с использованием одного и того же метода извлечения признаков и одного и того же протокола [Lotte и др., 2007] и это послужило основанием для решения о выборе трех методов машинного обучения в основном проекте, что позволило бы вынести решение о наиболее оптимальном классификаторе для решения задачи распознавания сложных и близких друг к другу типов когнитивной деятельности человека.

Нелинейные методы машинного обучения обеспечивают, как правило, более точные результаты классификации паттернов ЭЭГ даже при использовании необработанных данных [Schirrneister и др., 2017]. Хорошо зарекомендовавшим себя нелинейным способом машинного обучения являются искусственные нейросети (ИНС). Успешные результаты классификации паттернов ЭЭГ во время выполнения когнитивных задач (вербальных и пространственно-образных) посредством перцептрона без скрытых слоев [Иваницкий, 1997b]; [Таротин, Атанов, Иваницкий, 2017] побудили использовать этот метод для классификации процессуально гораздо более сходных задач: анаграмм, задач на сложную умственную арифметику и арифметических прогрессий, включающих логический компонент.

В дополнение к точности, еще одной ключевой желательной характеристикой классификатора является его интерпретируемость [Aguilar и др., 2021]. Интерпретируемость классификатора позволяет раскрыть механизм принятия им решений, повышает доверие к искусственному интеллекту, указывает на наиболее релевантные признаки. Неинтерпретируемые

классификаторы действуют по принципу «черного ящика» и, соответственно, не обладают перечисленными преимуществами. Выполнение обратной реконструкции источника по весовым векторам фильтра нелинейных классификаторов считается концептуально неверным [Haufe и др., 2014]. Заблуждением является широко распространенное мнение о сильной связи весов классификации с условиями эксперимента, так как веса классификатора могут демонстрировать малые амплитуды для измерительных каналов, содержащих интересующий сигнал, а большие в каналах его не содержащих [Haufe и др., 2014]. Невозможность интерпретации весов классификации перцептрона и трудоемкость процесса обучения нейросетей, который в условиях значимого повышения сложности входных данных 128-канального регистратора становится неэффективным, послужили причиной, побудившей для третьей серии экспериментов искать иные способы машинного обучения.

Факторами, привлекающими внимание к линейным моделям, является их простота, надежность, эффективность и интерпретируемость. Несмотря на концептуальную ошибку использования обратной реконструкции паттернов с помощью весовых векторов, линейность подхода позволяет использовать преобразование фильтров извлечения в шаблоны активации, и таким образом, обратные линейные модели, в конечном счете, могут быть интерпретированы [Haufe и др., 2014].

Популярным линейным алгоритмом построения моделей бинарной классификации является логистическая регрессия. Логистическая регрессия используется для оценки вероятности отношения векторов к определенному классу и может быть использована в качестве контролируемого алгоритма бинарной классификации. К ее несомненным преимуществам относятся относительная простота, хорошая интерпретируемость и наличие эффективного инструмента оценки качества моделей - ROC-анализа [Sperandei, 2014].

В то же время, производительность распознавания зависит не только от используемого алгоритма классификации, но и от входных характеристик [Lotte и др., 2007]. Были рассмотрены два алгоритма пространственной фильтрации

сигнала ЭЭГ для формирования данных на вход линейному классификатору: контролируемая пространственная фильтрация и Римановский подход к обработке признаков.

Методы контролируемой пространственной фильтрации, в отличие от методов локализации источников и неконтролируемой фильтрации, в последнее время набирают широкую популярность [Sabbagh и др., 2020]. В случае контролируемой пространственной фильтрации пространственные фильтры сначала моделируют корреляцию, вызванную ковариационной матрицей, обеспечивая несмешанные временные ряды, и только затем к этим временным рядам применяются некоторые нелинейные преобразования, такие как логарифмы, поскольку теперь достоверность линейных уравнений может быть обеспечена [Sabbagh и др., 2020].

Римановский метод – еще один хорошо зарекомендовавший себя линейный подход к обработке нелинейных данных ЭЭГ, который заключается в обучении непосредственно на основе пространственно скоррелированных спектров мощности с линейными моделями и римановой геометрией [Rodrigues, Jutten, Congedo, 2019]. Эта математическая структура обеспечивает коррекцию геометрических искажений, возникающих в результате линейного смешивания нелинейных источников, что достигается за счет использования метрики Римана, невосприимчивой к линейным преобразованиям [Rodrigues, Jutten, Congedo, 2019], [Sabbagh и др., 2020]. Этот метод стал важным компонентом нескольких решений, выигравших в недавних конкурсах по анализу данных [Sabbagh и др., 2020].

В то же время, накопленные знания о связи мощности спектров и когнитивных характеристиках [Hinault, Lemaire, 2016], [Aydarkin, Fomina, 2013], [Grabner, Smedt De, 2012], [Alexander, O'Boyle, Benbow, 1996], [Earle и др., 1996], [Иваницкий, 1997b], [Атанов, Иваницкий, Иваницкий, 2016], [Таротин, Атанов, Иваницкий, 2017], [Чемерисова, Атанов, Мартынова, 2018] побуждают использовать эти функции для проведения классификации. Однако, поскольку мозговые ритмы не привязаны строго ко времени внешних событий,

к ним нельзя получить доступ путем усреднения. Вместо этого они обычно представлены мощностью сигнала в более коротких или более длительных временных интервалах и часто приводят к логарифмически-линейным моделям [Buzsáki, Mizuseki, 2014], [Roberts, Boonstra, Breakspear, 2015]. Следствием таких нелинейностей является то, что они не могут быть легко охвачены линейной моделью, коей является метод логистической регрессии и это создает сложности при прогнозировании классов классификаторов на основе спонтанных ритмов мозга или индуцированных внешним событием [Sabbagh и др., 2020]. Таким образом, трудности, связанные с применением линейных методов, к которым относится описанная выше логистическая регрессия к нелинейным данным ЭЭГ, в частности к СПМ, заставляют обратить внимание на другие подходы к машинному обучению.

Неплохой альтернативой, в этой связи, выглядят древовидные алгоритмы, способные хорошо работать со спектральными характеристиками [Breiman, 2001]. GBDT - это алгоритм машинного обучения, обладающий эффективностью, точностью и интерпретируемостью, благодаря чему в настоящее время получил широко распространение [Ke и др., 2017]. Стандартные реализации бустинга оценивают весь доступный информационный объем, что при обработке большого количества данных высокой размерности делает эти реализации весьма трудоемкими [Ke и др., 2017]. Недавно был разработан метод LightGBM – высокопроизводительный фреймворк для повышения градиента, основанный на алгоритме дерева решений с разделением по листьям, позволяющий сократить время работы в 20 раз за счет использования принципа градиентности ролей различных данных в общем вычислении и сокращения количества эффективных признаков в довольно разреженном пространстве признаков [Ke и др., 2017]. Метод LightGBM интерпретируем, устойчив к присутствию шума и при правильной предварительной обработке признаков, шумоподавлении и точной настройке параметров может достичь высокой производительности [Ke и др., 2017].

Таким образом, для целей классификации испытуемых на основном этапе исследования с применением 128 канального ЭЭГ было принято решение об использовании трех многообещающих техник:

- логистической регрессии с контролируемой обработкой признаков на основе пространственной фильтрации, Linear Model with Supervised Projection (LSP) в англоязычном эквиваленте;

- логистической регрессии с римановской обработкой признаков на основе пространственной фильтрации, Linear Model with Riemann Projection (LRP) в англоязычном эквиваленте;

- алгоритма градиентного бустинга, Light Gradient Boosting Machine (LightGBM) в англоязычном эквиваленте с СПМ в качестве входных признаков.

Все три перечисленные метода классификации должны позволить успешно распознавать испытуемых на основании наличия или отсутствия математического опыта или поведенческой результативности с определенными компромиссами между производительностью, ресурсами и интерпретируемостью.

Для каждого человека существует очень специфический спектральный рисунок [Атанов, Иваницкий, Иваницкий, 2016], который, вероятно, создает прецедент для различения людей. Сигналы ЭЭГ сильно варьируются от человека к человеку и от сеанса к сеансу [Krauledat и др., 2007]. Поскольку ЭЭГ показывает значительные расхождения между субъектами, эффективное “перенесение” модели анализа спектров одних испытуемых субъектов на сигналы ЭЭГ других, по-прежнему, остается очень сложной задачей [Saha и др., 2017], [Zeng и др., 2021]. Реализация этой задачи позволит достичь одну из основных целей НКИ, а именно, создание готовой к использованию системы, требующей минимальных усилий для настройки [Fazli и др., 2009]. Результаты, которые показывают редкие работы по межсубъектной классификации не всегда убедительны [Baldwin, Penaranda, 2012], [Saha и др., 2017], а удачная классификация, как правило, связана с широкими различиями между классами [Putze, Schultz, 2014], [Zeng и др., 2021], [Fazli и др., 2009]. Кроме того, не было

найден ни одной работы, касающейся успешного проведения межсубъектной классификации по СПМ, ассоциированной с различными когнитивными задачами и классификацией самих субъектах на основе паттернов ритмической активности мозга при решении задач или в состоянии спокойного бодрствования.

Таким образом, в рамках настоящей работы было проведено исследование паттернов ритмической активности мозга при решении когнитивных задач в уме, а также сравнение функциональной организации мозга специалистов в математической и гуманитарной отраслях в состоянии спокойного бодрствования и при решении задач. ЭЭГ запись производилась посредством 19-канального и 128-канального регистраторов. Статистический анализ СПМ выполнен при применении следующих подходов: корреляционного анализа с поведенческими результатами, поиска статистически значимых различий между задачами и группами с помощью методов ANOVA, pos-hoc, пермутационного теста, кластерного пермутационного теста и машинного обучения. В качестве признаков для распознавания данных 19-канального усилителя были использованы СПМ, а распознавание производилось при участии перцептрона без скрытых слоев. В качестве признаков для распознавания данных 128-канального усилителя были использованы СПМ и продукты контролируемой и римановской пространственной фильтрации, а распознавание производилось с использованием методов логистической регрессии и LightGBM.

## **Глава 2. Материалы и методы исследования**

Программа настоящего исследования включает три последовательных этапа: подготовительный, пилотный с использованием 19-канального регистратора и основной с использованием 128-канального регистратора. Для каждого из этапов была сформирована отдельная выборка чтобы обеспечить наивность участников. Поиск добровольцев для проведения исследования осуществлялся, преимущественно, посредством социальных сетей. Отбор

потенциальных испытуемых производился на основе заполненной анкеты, которая была доступна в онлайн- и в бумажном варианте. Анкета включала в себя вопросы, касающиеся медицинского статуса, уровня образования, места работы и особенностей учебы в общеобразовательной школе. Медицинскими критериями исключения были следующие: анамнез, отягощенный черепно-мозговой травмой, неврологическими или психическими расстройствами, нескорректированное зрение, наркомания или злоупотребление алкоголем. Все, допущенные к участию были праворукими здоровыми добровольцами приблизительно с сопоставимым уровнем образования и социальным статусом. Все испытуемые в каждом из трех этапов исследования либо учились в высших учебных заведениях, не ниже третьего курса, либо уже их закончили и работали по основной специальности. Участие в исследовании оплачивалось.

Перед началом исследования в рамках каждого этапа программы, каждый испытуемый ознакомился и подписал информированное согласие, в котором был подробно описан порядок его проведения. Протокол исследования соответствовал требованиям Хельсинской декларации и был одобрен этической комиссией Института высшей нервной деятельности и нейрофизиологии РАН.

Каждый из трех этапов программы исследования начинался с теста на повторение чисел в прямом порядке (*digital span test*), предназначенный для определения объема фонологической петли РП [Stone, Towse, 2015].

## **2.1 Подготовительное исследование**

### **2.1.1 Испытуемые**

Для проведения подготовительного исследования были отобраны 2 группы здоровых праворуких добровольцев, по 10 человек в каждой. В МГ, входили добровольцы (средний возраст  $23 \pm 3.8$  лет, 4 мужчин), которые имели высшее образование или находились в процессе получения высшего образования (5 специалистов и 5 студентов), связанного с углубленным изучением математики. В НМГ входили добровольцы (средний возраст  $22.5 \pm 2.5$  лет, 5 мужчин), которые имели или находились в процессе получения

образования гуманитарного профиля (5 специалистов и 5 студентов). Таким образом, обе группы испытуемых были достаточно однородны по полу, возрасту и профилю образования.

### 2.1.2 Экспериментальная процедура и стимульный материал

После проведения теста на РП испытуемые приступали к решению экспериментальных заданий. Испытуемые решали задания в спокойной обстановке в уме. Экспериментальные задания, в количестве 210 были разделены на четыре блока: вербальный (ВЕРБ), арифметический (АР), комбинаторно-арифметический (КАР) и логико-арифметический (ЛАР) – см таблица 3. Вербальные задачи представляли из себя 5- или 6-ти буквенные анаграммы; арифметические включали в себя сложные арифметические примеры и дроби; комбинаторный блок состоял из двух типов задач: расчет суммы всех чисел, лежащих внутри указанного диапазона и вычисление арифметических примеров, требующих для решения непоследовательных манипуляций с числами и, наконец, логико-арифметический блок, представленный задачами на арифметические прогрессии или на поиск лишнего числа.

Таблица 3. Типы и примеры задач

БЛОК	ОПИСАНИЕ	ПРИМЕР	КОЛ-ВО ЗАДАЧ
Вербальные	Пятибуквенные	о т л б с	30
	Шестибуквенные	п ь з о л а	30
Арифметические	Арифметические примеры	40+38+3+22 8441-3829 93*7-248	40
	Дроби	10/12+3/5	20
Комбинаторно-арифметические	Найти сумму чисел	от 1 до 40	10
	Посчитать значение	778*134+222*134	20
Логико-арифметические	Продолжить ряд чисел	1, 3, 7, 13, 21, 31	30
	Найти лишнее число	17 99 73 97 83	30

Блоки с заданиями предъявлялись испытуемым в псевдослучайном порядке. Задачи были изображены белым шрифтом на черном экране. После нажатия испытуемым на клавишу мыши на мониторе компьютера появлялось очередное задание. С момента нажатия начинался отсчет времени решения. По факту готовности ответа испытуемый вновь нажимал на кнопку мыши, останавливая тем самым отсчет времени, после чего диктовал ответ. Процедура исследования представлена на рисунке 1.



Рисунок 1. Процедура проведения подготовительного исследования

На решение задания отводилось не более 60 секунд. Если по истечению этого времени испытуемый не мог решить задачу, на экране монитора предъявлялось следующее задание, а предшествующая задача считалась нерешенной. Фиксировались время решения (ВР) задач и ответы. Между блоками организовывались 10-минутные перерывы для отдыха. По окончании эксперимента испытуемым было предложено ответить на вопросы, касающиеся субъективного восприятия заданий: их сложности и стратегии решения.

### 2.1.3 Аппаратура и регистрация данных

Для отображения заданий на компьютере и регистрации времени решения задач было использовано программное обеспечение E-Prime 1.2 («Psychology Software Tools», Pittsburgh, PA, США). Научный сотрудник, проводящий эксперимент записывал ответ в протокол для последующей проверки правильности решения.

### 2.1.4 Статистический анализ поведенческих данных

Поведенческие результаты, включающие объем фонологической петли РП, количество правильных ответов (ПО), время решения правильно решенных

задач (BP) и количество задач, ответы на которые не были получены в течении 60 секунд, (HO) были статистически обработаны посредством дисперсионного анализа ANOVA, U-теста Манна-Уитни для непараметрических выборок и корреляционного анализа по Спирмену, встроенных в пробную версию программного обеспечения STATISTICA 13.2 (Quest Software Inc., Tulsa, OK, US). Все достоверные, согласно ANOVA, отличия были проверены с помощью апостериорного анализа по критерию Тьюкки.

## **2.2 Пилотное исследование с использованием 19-канального электроэнцефалографа**

### **2.2.1 Испытуемые**

В исследовании приняли участие шестнадцать здоровых добровольцев с ведущей правой рукой, распределенных на две группы: МГ (N=8; 4 женщины; средний возраст  $22,13 \pm 2,6$  года), включающая участников, специализирующихся на физико-математических и технических дисциплинах (3 выпускника, 5 студентов) и НМГ (N=8; 4 женщины; средний возраст  $22,9 \pm 3,77$  года) со специализацией по гуманитарным наукам (3 выпускника, 5 студентов). В отличии от испытуемых предыдущей выборки все участники текущего этапа исследования имели средний бал аттестата зрелости и балл по математике в школе не ниже четырех.

### **2.2.2 Экспериментальная процедура и стимульный материал**

Испытуемые находились в звукоизолированной комнате на расстоянии 1 метра от 19-дюймового монитора. Перед началом исследования участников ознакомили с процедурой эксперимента и типами задач, которые им предстояло решить, после чего провели ознакомительную сессию с пробными вариантами заданий. После фиксации шапочки для регистрации ЭЭГ в течении пяти минут была произведена запись электрической активности мозга испытуемых во время состояния спокойного бодрствования с открытыми глазами. В дальнейшем, участникам были представлены задачи для решения в уме

максимально правильно и так быстро, как возможно с параллельной записью ЭЭГ. Время для решения экспериментальных заданий ограничивалось 40 секундами, при его превышении задача считалась нерешенной. Было представлено 180 разработанных и отобранных на предыдущем этапе исследования задач, разбитых на группы по 60 в каждой: вербальные (ВЕРБ), арифметические (АР) и арифметические последовательности (ПАР). ВЕРБ задачи представляли собой 5- и 6- буквенные анаграммы, АР задачи – включали все виды арифметических действий, в том числе дроби, для решения ПАР задач необходимо было найти скрытую логику в числовом ряду и продолжить его, см таблица 4. Экспериментальные задачи предъявлялись в псевдослучайном порядке, при этом для половины испытуемых (4 из МГ и 4 из НМГ) псевдослучайный порядок был инвертирован.

Таблица 4. Распределение экспериментальных задач по типам.

ТИП ЗАДАНИЙ	ОПИСАНИЕ	ПРИМЕР	КОЛИЧЕСТВО
Вербальные	5-буквенные анаграммы	Д Н С О У	30
	6-буквенные анаграммы	Л Д П О В А	30
Арифметические	Сложение	$37+41+29+8$	12
	Вычитание	$9945-2417$	12
	Умножение	$41*9-26*3$	24
	Деление	$34/6-27/12$	12
Прогрессии	Продолжить числовой ряд	2;6;11;33;38 ...	60

Задачи были изображены белым шрифтом на черном экране, см рисунок 2. Для отображения заданий на экране и регистрации времени решения задач было использовано программное обеспечение E-Prime 1.2 («Psychology Software Tools», Pittsburgh, PA, США). Как только испытуемый был готов к новому заданию, он нажимал на клавишу мыши и на мониторе компьютера появлялось очередная задача. С момента появления задания на экране начинался отсчет ВР. По факту готовности решения, испытуемый нажимал на клавишу мыши, останавливая тем самым отсчет времени, и диктовал ответ. Проводящий

эксперимент научный сотрудник записывал ответ в протокол для последующей проверки правильности решения.



Рисунок 2. Примеры экспериментальных задач.

Было предусмотрено три 15-минутных перерыва для отдыха и также в любой момент времени по желанию испытуемого и после решения текущей задачи организовывались дополнительные кратковременные паузы. Общее время проведения исследования составляло 2,5-3 часа. Процедура проведения исследования представлена на рисунке 3.

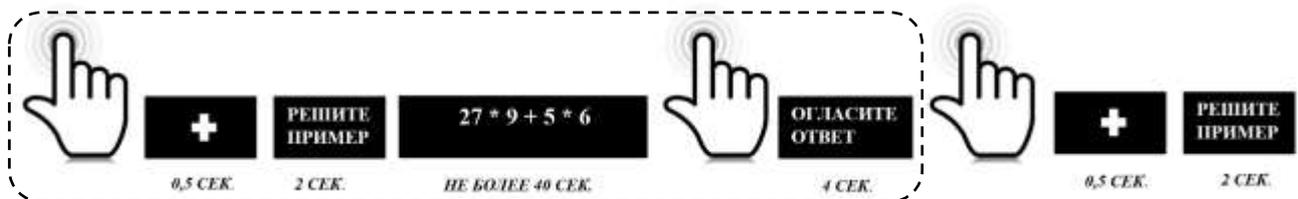


Рисунок 3. Процедура проведения исследования с использованием регистратора электрической активности мозга.

### 2.2.3 Аппаратура, регистрация и подготовка данных

Запись ЭЭГ осуществлялась при помощи усилителя «Энцефалан» (Медиком МТД, Россия, Таганрог) с 19 отведениями ЭЭГ по международной системе 10-20 (исключая Oz и Fpz). Референтные электроды располагались на мастоидах при униполярном монтаже. Параметры регистрации были одинаковы для всех испытуемых: фильтрация 0.5 – 70 Гц, режекторный фильтр 50 Гц,

частота дискретизации 250 Гц. Импеданс поддерживался не ниже 10 кΩ. Электроды ЭЭГ размещались по международной системе 10-20 (кроме Fpz и Oz). Запись вертикальных и горизонтальных движений глаз производилась посредством двух электродов в монополярном режиме.

Полученная ЭЭГ запись была отфильтрована офлайн в частотном диапазоне 1-40 Гц, глазодвигательные артефакты были удалены путем вычитания сигнала электроокулограммы (ЭОГ) методом линейной регрессии. Мышечные и прочие артефакты были обнаружены посредством визуальной инспекции ЭЭГ и удалены из дальнейшего анализа.

300-секундная запись, сопряженная с состоянием спокойного бодрствования, была сегментирована на 10-секундные эпохи без перекрытия. Запись, сопряженная с задачами, была разделена на эпохи, соответствующие каждой задаче.

#### **2.2.4 Статистический анализ поведенческих данных**

Для статистического анализа поведенческих результатов были использованы: дисперсионный анализ ANOVA, U-тест Манна-Уитни для непараметрических выборок и корреляционный анализ по Спирмену, встроенные в программное обеспечение STATISTICA 10 (Quest Software Inc., Tulsa, OK, US). Все достоверные, согласно ANOVA, отличия были проверены с помощью апостериорного анализа по критерию Тьюки.

#### **2.2.5 Спектральный и статистический анализ ЭЭГ данных**

Статистический анализ ЭЭГ производился на данных частотной полосы в диапазоне 4-24 Гц, содержащей 328 спектральных значений. Для анализа использовались 16-секундные эпохи задач. СПМ для каждой эпохи была подсчитана посредством быстрого преобразования Фурье. СПМ сглаживалась 15 проходами трехточечного фильтра. Длина окна Фурье-преобразования для задач составляла 4 096 значений (около 16 секунд), отсчитываемая с конца каждой эпохи. В случае, если длительность участка оказывалась меньше

указанной продолжительности, недостающая часть с конца заполнялась нулями и в этом случае спектрограмма нормировалась не на длину окна Фурье-преобразования, а на исходную с целью недопущения ошибок в оценке мощности ритмов.

Широкая частотная полоса была разделена на 6 частотных интервалов: тета (4-8Гц), нижняя альфа (8-10Гц), верхняя альфа (10-12Гц), нижняя бета (12-16 Гц), средняя бета (16-20 Гц) и верхняя бета (20-24 Гц). Индивидуальные значения были усреднены по каждому частотному интервалу для каждого типа задач и для состояния покоя. Полученные значения СПМ для каждого частотного интервала были подвергнуты пермутационному анализу (1000 пермутаций) с использованием непараметрических статистических методов: знаковый ранговый тест Уилкоксона для сравнения СПМ, соответствующей условиям эксперимента и U-тест Манна-Уитни для сравнения СПМ между группами в одинаковых условиях. Значение p-value, скорректированное поправкой Бонферрони для множественных сравнений составило  $<0.0028$ .

### **2.2.6 Машинное обучение**

В качестве векторов для обучения ИНС использовались значения спектральных отсчетов мощности ЭЭГ в диапазоне от 5 до 20 Гц. Классификация типов мыслительных операций осуществлялась посредством перцептрона без скрытых слоев, представляющего из себя несколько искусственных нейронов, соответствующих количеству классов входных данных [McCulloch, Pitts, 1943], [McCulloch, Pitts, 1947]. Производилось три типа сравнений: ВЕРБ-АР; ВЕРБ-ПАР И АР-ПАР. Обучение с последующей попарной классификацией спектров осуществлялось на индивидуальном (обучение и тестирование на спектрах одного субъекта с последующим усреднением по группам: МГ и НМГ) и кросс-индивидуальном (обучение и тестирование на наборе спектров, объединенных на основе фактора группы испытуемых) уровнях. Обеспечивалось полное разделение спектров (но не испытуемых) между обучающей и тестовой выборками с N-кратной

перекрестной проверкой векторов признаков каждого конкретного объекта. Для кросс-индивидуальной классификации использовалось значение K-fold, равное 10. Спектральные значения всех 8 испытуемых одной группы были объединены и разделены на 10 частей, потом на 9-ти ИНС училась, а на 10-й — проверяла. И так 10 раз, то есть ИНС проверила каждую из 10-ти частей. Статистическое сравнение точности классификации задач производилось с помощью ANOVA для повторных измерений с последующим post-hoc анализом, где в качестве внутреннего (within) фактора выступал фактор задач и группы испытуемых в качестве категориального фактора. Значения точности классификации были прокоррелированы с поведенческими показателями посредством теста ранговой корреляции Спирмена.

## **2.3 Основное исследование с использованием 128-канального электроэнцефалографа**

### **2.3.1 Испытуемые**

В исследовании приняли участие двадцать семь здоровых добровольцев. Данные одного человека были исключены из анализа в связи с обширными артефактами ЭЭГ. Итоговая выборка составила 26 человек (возраст  $25.7 \pm 4.49$  года, диапазон 19-38 лет; 12 женщин, 14 мужчин), разделенных на две группы: МГ, включающая 12 студентов или специалистов с профессиональным математическим образованием и опытом (возраст  $27 \pm 5.36$  лет; диапазон 20-38 лет; 9 мужчин) и НМГ, включающая 14 студентов или специалистов в области искусства или гуманитарных наук (возраст  $24.6 \pm 4.47$  лет; диапазон 19-37 лет; 5 мужчин).

Дополнительно участники исследования, вне зависимости от специфики образования были разделены на две группы, основываясь на критерии результативности решения задач: высоко-результативная группа (ВРГ) и средне-результативная группа (СРГ). Критерием разделения служило отношение к усредненной медиане среднего ВР всей совокупности правильно решенных задач. Усредненное ВР участников ВРГ находилось ниже

медианного значения ( $N=13$ ; возраст  $25.38 \pm 5.06$  лет; диапазон 19-38 лет; 8 мужчин, 8 математиков), а испытуемых СРГ, соответственно выше ( $N=13$ ; возраст  $26.08 \pm 4.6$  лет; диапазон 20-37 лет; 6 мужчин, 4 математика).

Также, как и в предыдущей выборке участники текущего этапа исследования имели средний балл аттестата зрелости и балл по математике в школе не ниже четырех.

### **2.3.2 Экспериментальная процедура и стимульный материал**

Испытуемые находились в звукоизолированной комнате с приглушенным светом на расстоянии 1 метра от 19-дюймового монитора. После фиксации шлема с электродами участников проинструктировали оставаться спокойными и расслабленными, позволить мыслям «течь своим чередом» и стараться не засыпать. Параллельно была произведена запись ЭЭГ в течении 5 минут с открытыми глазами. Далее участникам были представлены задачи для решения в уме максимально правильно и так быстро, как возможно с параллельной записью ЭЭГ. Для отображения заданий на экране и регистрации времени решения задач было использовано программное обеспечение E-Prime 1.2 («Psychology Software Tools», Pittsburgh, PA, США). Парадигма исследования в точности повторяла таковую при проведении предыдущего этапа и представлена в таблице 4 и на рисунках 2 и 3.

### **2.3.3 Аппаратура и регистрация данных**

ЭЭГ была записана посредством усилителя высокой плотности (Geodesic Sensor Nets, USA), включающего 128 электродов, размещенных по системе 10-10. Параметры регистрации были одинаковы для всех испытуемых: частота дискретизации 500 Гц, фильтрация 0.1 – 70 Гц, режекторный фильтр 50 Гц, электрическое сопротивление не превышало 50KΩ. ЭЭГ была записана с референтным электродом Cz. Записи с нерелевантных когнитивной деятельности и чрезмерно зашумленных каналов были удалены из

исследования. Номера удаленных каналов представлены на рисунке 4 и в таблице 5.

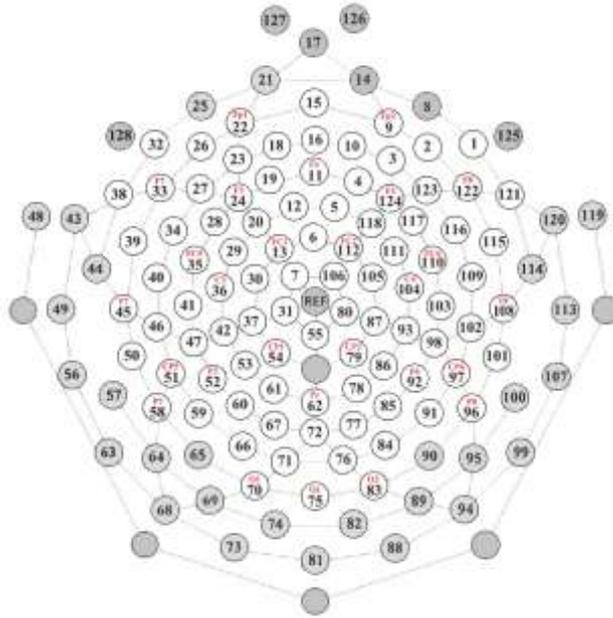


Рисунок 4. Мозговые и нерелевантные электроды. Серым цветом обозначены удаленные из анализа каналы.

Таблица 5. Номера удаленных каналов.

НОМЕР КАНАЛА	ПРИЧИНА УДАЛЕНИЯ	НОМЕР КАНАЛА	ПРИЧИНА УДАЛЕНИЯ	НОМЕР КАНАЛА	ПРИЧИНА УДАЛЕНИЯ
8	Окулограмма	65	Зашумленность	95	Зашумленность
14	Окулограмма	68	Зашумленность	99	Зашумленность
21	Окулограмма	69	Зашумленность	100	Зашумленность
25	Окулограмма	73	Зашумленность	107	Зашумленность
43	Зашумленность	74	Зашумленность	113	Зашумленность
48	Зашумленность	81	Зашумленность	119	Зашумленность
49	Зашумленность	82	Зашумленность	120	Зашумленность
56	Зашумленность	88	Зашумленность	125	Окулограмма
57	Зашумленность	89	Зашумленность	126	Зашумленность
63	Зашумленность	90	Зашумленность	127	Зашумленность
64	Зашумленность	94	Зашумленность	128	Окулограмма

Частота дискретизации полученных ЭЭГ данных была сокращена до 250 Гц. Артефакты, связанные с движением глаз, были удалены посредством анализа независимых компонент, independent component analysis в английском эквиваленте, с последующим визуальным контролем. К полученным данным был применен полосовой фильтр в частотном диапазоне от 3 до 25 Гц.

Поскольку целью было изучение осцилляторной активности во время решения когнитивных задач, записи сигнала в течении первых 5 секунд после предъявления испытуемым задания были исключены из анализа. Оставшиеся данные, сопряженные с когнитивной деятельностью во время решения задач и фоновые записи были разделены на 2-х секундные эпохи без перекрытия. Эпохи с низким соотношением сигнал/шум были удалены посредством *minimum and maximum peak-to-peak amplitudes*.

#### **2.3.4 Статистический анализ поведенческих данных**

Пол, возраст и объем РП были сопоставлены между группами (МГ/НМГ и ВРГ/СРГ) посредством U-тест Манна-Уитни для непараметрических выборок. Корреляционный анализ поведенческих данных был проведен посредством корреляционного анализа по Спирмену с поправкой Бонферрони для множественных сравнений ( $p < 0.0025$ ). Поскольку распределение для остальных поведенческих параметров было близко к нормальному (согласно тесту Шапиро-Вилкоксона  $p > 0.09$ ) в дальнейшем использовался дисперсионный анализ ANOVA для повторных измерений с двумя типами групп: МГ/НМГ и ВРГ/СРГ и тремя типами задач в качестве *within-subject effect*. Все достоверные, согласно ANOVA, отличия были проверены с помощью апостериорного анализа по критерию Тьюкки. Статистический анализ производился на базе программного обеспечения STATISTICA 10 (Quest Software Inc., Tulsa, OK, US).

#### **2.3.5 Спектральный и статистический анализ ЭЭГ данных**

Сигнал, разделенный на эпохи был подвергнут быстрому преобразованию Фурье. Для дальнейшего анализа были использованы относительные значения мощности частот семи диапазонов: нижняя тета (4-6 Гц), верхняя тета (6-8 Гц) нижняя альфа (8-10 Гц), верхняя альфа (10-12 Гц), нижняя бета (12-16 Гц), средняя бета (16-20 Гц) и верхняя бета (20-24 Гц). Эти значения были проанализированы при помощи кластерного теста перестановок. Т-статистика

рассчитана в соответствии с рекомендациями [Maris, Oostenveld, 2007] с порогом, равным 6, скорректирована для множественных сравнений с использованием  $N = 1024$  перестановок и коррекцией на уровне кластера на основе пространственной смежности.

### 2.3.6 Машинное обучение

В рамках текущего исследования по данным ЭЭГ была произведена классификация испытуемых в состоянии спокойного бодрствования и при решении задач по профилю образования и уровню результативности. Были сопоставлены между собой три метода классификации, два из которых линейные: логистическая регрессия с контролируемой фильтрацией признаков, логистическая регрессия с римановской фильтрацией признаков и нелинейный метод – алгоритм градиентного бустинга на основе значений мощности спектров, в англоязычном эквиваленте соответственно: Linear Model with Supervised Projection (LSP), Linear Model with Riemann Projection (LRP) и Light Gradient Boosting Machine (LightGBM). Настройка гиперпараметров Light GBM была произведена с использованием поиска по сетке перекрестной проверки. Для поиска оптимальных параметров использовалась n-fold cross-validation with grid search CV.

Классификации испытуемых МГ и НМГ по фоновым данным и классификация испытуемых по критерию результативности (ВРГ против СРГ) производилась только методом LightGBM.

На рисунке 5 можно видеть структуру этапа машинного обучения по данным 128 канального регистратора. Значения CSP, применяемые для классификации, проецируют данные в новый временной ряд, где дисперсия одного класса минимизируется, в то время как другого, соответственно, максимизируется. Значения СПМ, используемые в качестве признаков для классификации, были рассчитаны для каждой эпохи и по каждому из семи выделенных диапазонов с использованием метода мультитайпера [Cox, Percival, Walden, 1997]. Для классификации испытуемых было проведено 8 типов

сравнений (в рамках каждого из 4-х типов условий: ВЕРБ, АР, ПАР задачи и состояние спокойного бодрствования и для каждого из 2-х типов сравнений: МГ/НМГ и ВРГ/СРГ). Эпохи ЭЭГ от двух случайно выбранных участников из разных групп были отобраны для тестового набора, а эпохи ЭЭГ еще от двух случайно выбранных участников из разных групп были отобраны для валидации, эпохи всех остальных участников были объединены по группам и использованы для обучения. Данный цикл повторялся 10 раз для каждого типа сравнений с разными парами испытуемых и так, чтобы никакие эпохи тестируемых субъектов не попадали в трениговую выборку. На рисунке 6 наглядно представлен процесс распределения эпох для классификации.

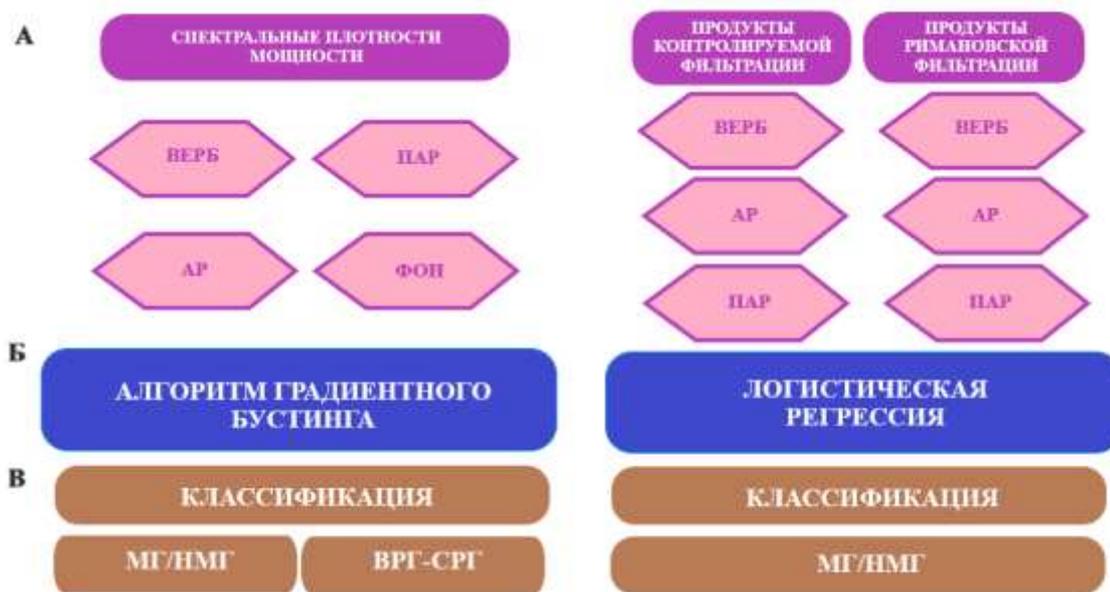


Рисунок 5. Структура этапа машинного обучения по данным 128 канального электроэнцефалографа. «А» - входные признаки, «Б» - алгоритмы машинного обучения; «В» - объекты классификации.

Одним из преимуществ линейных моделей является возможность их интерпретации, другими словами, определения силы и направления конкретного эффекта в функциях, что визуально находит свое отражение в фильтрах и паттернах классификации [Naufe и др., 2014]. В задаче классификации обратная модель представляет собой преобразование пространства признаков в новое представление с максимальным различием

двух классов с использованием фильтра. Прямые модели, в свою очередь, описывают генерацию выборок как умножение паттерна активации.

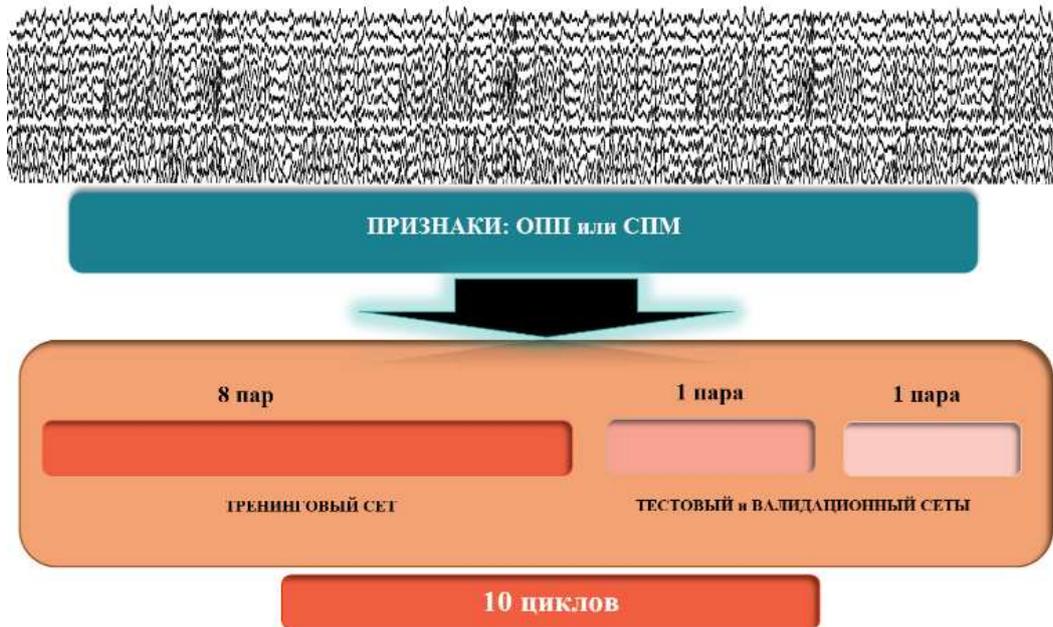


Рисунок 6. Формирование наборов эпох для классификации испытуемых МГ и НМГ.

Для оценки производительности классификаторов использовались следующие метрики: сбалансированная точность классификации (ТК) и площадь под кривой, в английском эквиваленте – Receiver Operating Characteristic Curve and Area Under the Curve (ROC-AUC). Статистический анализ результатов классификации производился посредством рангового теста Вилкоксона [Demsar, 2006]. Для интерпретации результатов АГБ классификации и получения информации о среднем вкладе признака среди всех возможных коалиций был использован подход аддитивных объяснений Шепли или в англоязычном варианте: Shapley Additive Explanations (SHAP) [Lundberg, Su-In, 2017].

## Глава 3. Результаты исследований

### 3.1 Поведенческие результаты подготовительного исследования

Результаты подготовительного исследования были опубликованы [Чемерисова, Мартынова, 2018]. По всем оцениваемым критериям математики

достоверно и существенно лучше решали все задачи: по критерию ПО (1х факторный ANOVA (Группа):  $F(1, 18) = 9.31, p = .007$ ); по критерию ВР задач ( $F(1, 18) = 5.93, p = .025$ ) и по критерию НО ( $F(1, 18) = 4.97, p = .039$ ). При этом анализ результатов каждого типа задач в отдельности показал неоднородность показателей успешности для групп, что наглядно представлено на рисунке 7.

Интересным оказался тот факт, что испытуемые МГ достоверно правильнее участников НМГ решали все задания, за исключением арифметических. Успешность в решении участниками МГ остальных математических задач была вполне ожидаемой, но испытуемые-математики более правильно решали и вербальные задачи, ANOVA (Группа):  $F(1, 18) = 5.83, p = .027$ . ВР различных типов задач достоверно не отличалось для участников МГ и НМГ, кроме того, что первые решали комбинаторные задачи быстрее, ANOVA (Группа):  $F(1, 18) = 4.42, p = .049$ . Число нерешенных за 60 с задач также было достоверно больше у НМГ группы, за счет достоверной разницы в решении комбинаторных задач ANOVA (Группа):  $F(1, 18) = 4.09, p = .058$ .

Объем РП между группами не отличался, в математической он составил 54.94%, в нематематической – 54.69%. Размер фонологической петли РП испытуемых был сопоставлен с результативностью решения ими задач. Результаты корреляционного анализа показали наличие некоторой связи между объемом фонологической петли РП и результатами выполнения тестов, которая сильно варьировалась в зависимости от анализируемой группы участников, см рисунок 8.

По всей совокупности математических задач, включающих АР, КАР и ЛАР, ПО у испытуемых-математиков сильно положительно коррелировала с объемом РП ( $r = 0.7; p < 0.05$ ), в отношении ВР и НО обнаруживалась лишь слабая недостоверная корреляция. В НМГ наблюдалась противоположная тенденция. Чем выше был уровень РП у испытуемых-гуманитариев, тем достоверно быстрее ( $r = -0.8; p < 0.05$ ) и с меньшим количеством НО ( $r = -0.7; p < 0.05$ ) они решали задачи. При этом емкость РП в НМГ практически не влияла на ПО математических задач.

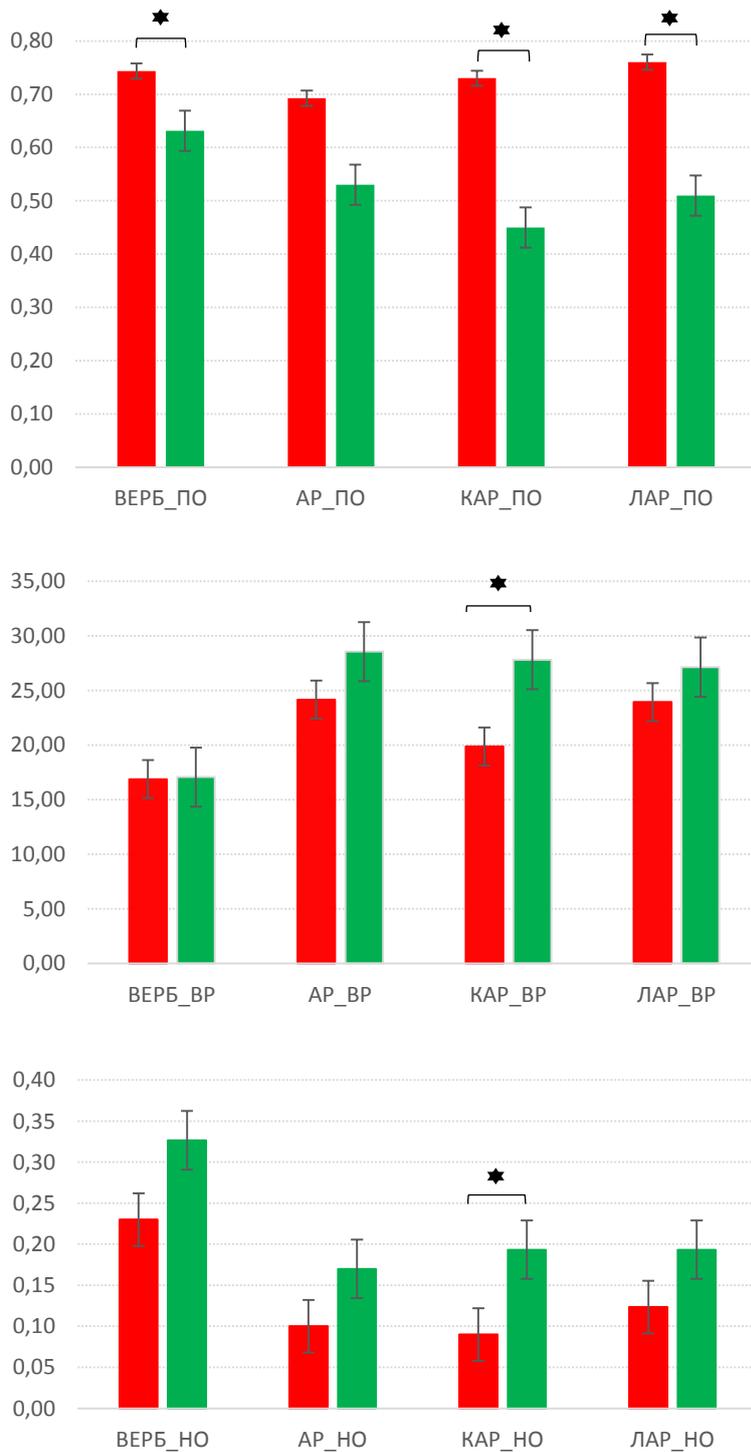


Рисунок 7. Сравнительная характеристика поведенческих показателей по группам. По горизонтали – поведенческие показатели, по вертикали: для ПО – процент правильно решенных задач, для ВР – среднее время решения задач, для НО – процент заданий, на которые не было получено ответа в течении 60 сек. Красным цветом обозначена МГ, зеленым – НМГ. Звездочкой – статистически достоверные отличия между группами.

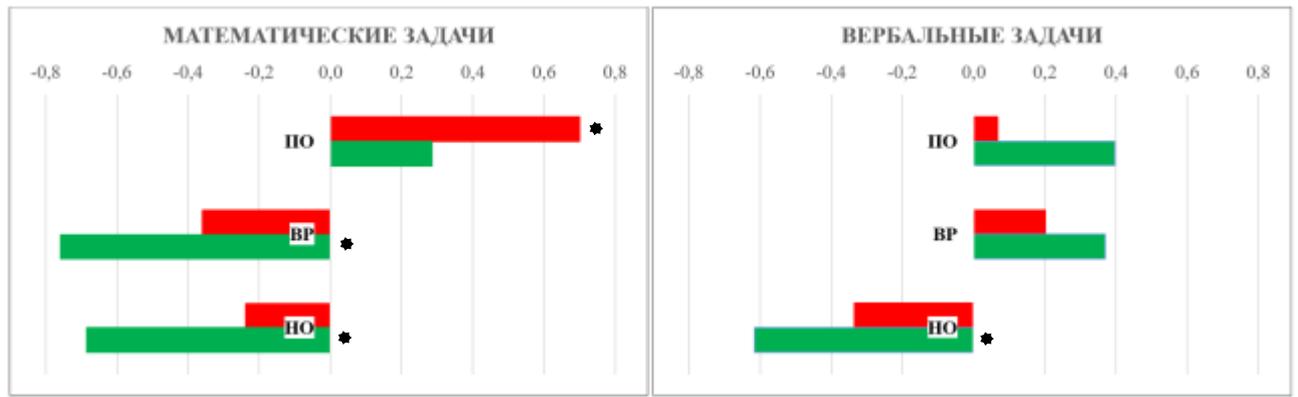


Рисунок 8. Сравнительная характеристика корреляционных связей между РП и типами экспериментальных задач: вербальные и математические. По горизонтали – коэффициента корреляции, по вертикали типы задач. Красным цветом обозначена МГ, зеленым – НМГ. Звездочкой – статистически достоверная связь.

При рассмотрении отдельных типов математических задач была выявлена сильная обратная корреляция между объемом РП и ВР ЛАР задач у математиков ( $r=-0.74$ ;  $p<0.05$ ). Эта корреляция выявлялась и в НМГ на уровне связи средней силы ( $r=-0.54$ ), но была не достоверной.

Иная картина наблюдалась при исследовании взаимосвязи между РП и вербальными задачами. В МГ отсутствовала достоверная корреляционная связь между РП и результативностью решения вербальных задач по всем трем критериям. В НМГ наблюдалась значимая отрицательная зависимость ( $r=-0.62$ ;  $p<0.05$ ) между РП и НО вербальных задач, то есть чем больше был объем фонологической петли РП, тем больше задач решали испытуемые-гуманитарии.

### 3.2 Результаты пилотного исследования с использованием 19-канального электроэнцефалографа

Результаты исследования были опубликованы [Чемерисова, Атанов, Мартынова, 2018], [Chemerisova и др., 2018], [Steiner, Martynova, 2022].

#### 3.2.1 Результаты статистического анализа поведенческих данных

Для всей совокупности задач процент ПО в МГ (Mean=49.75; SD=2.94) превысил таковой в НМГ (Mean=37.0; SD=2.94):  $F(1, 14) = 6.56$ ;  $p = .023$ ;  $\eta^2 = .32$ ;

$1-\beta=0.66$ . При сравнении каждого типа задач в отдельности разница в пользу математиков была обнаружена только для ПАР задач:  $F(2, 28) = 5.97$ ;  $p = .007$ ;  $\eta^2 = .30$ ;  $1-\beta = 0.84$ .

При сравнении задач между собой различий между количеством ПО обнаружено не было, в то время, как по остальным параметрам экспериментальные задания между собой отличались: ВР для ВЕРБ задач (Mean=11.70 сек.; SD=0.72) было короче, чем для АР (Mean=21.78 сек., SD=0.92):  $F(2, 28) = 58.06$ ;  $p = .000$ ;  $\eta^2 = .81$ ;  $1-\beta = 1$ . Различия между задачами определялись и по параметру НО:  $F(2, 28) = 10.76$ ;  $p = .000$ ;  $\eta^2 = .43$ ;  $1-\beta = .98$ , при этом самый высокий процент нерешенных наблюдался среди ВЕРБ задач (Mean=25.32; SD=1.36) по сравнению с АР (Mean=11.05; SD=1.57) и ПАР (Mean=14.07; SD=1.49).

В аспекте объема фонологической петли РП разницы между группами обнаружено не было, но выявилась отрицательная корреляция между РП и ВР ПАР задач в математической группе ( $r = -0.88$ ;  $p_{\text{corr}} < 0.006$ ;  $1-\beta = 0.98$ ).

### 3.2.2 Результаты статистического анализа ЭЭГ данных

Различия между группами наблюдались только в тета диапазоне (4-8 Гц) и без учета поправки на множественность сравнений. СПМ для математической группы был выше, чем для нематематической в состоянии спокойного бодрствования с открытыми глазами на уровне F4 and Cz электродов ( $z > 2.05$ ,  $p < 0.04$ ), см рисунок 9 А и при решении АР задач на уровне F4, Fz, and Cz электродов ( $z = 2.15$ ,  $p = 0.031$ ), см рисунок 9 Б.

Различия в СПМ между задачами по всей совокупности испытуемых (N=16) были существенными, что иллюстрирует рисунок 10. Различия в мощности спектров между ВЕРБ и АР задачами были самыми минимальными и определялись только в нижнем альфа диапазоне (8-10 Гц) над электродами: P3, Pz, и P4 ( $z < -2.99$ ,  $p < 0.0028$ ), где СПМ при решении анаграмм показывала меньшие значения, чем при решении арифметических примеров.

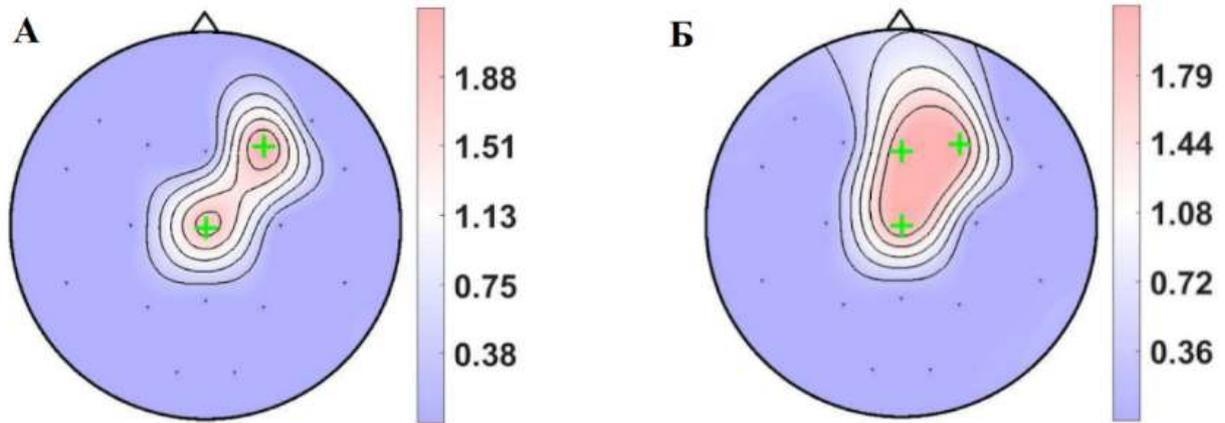


Рисунок 9. Различия в мощностях спектров, усредненных в тета-диапазоне (4-8 Гц) между МГ и НМГ в состоянии покоя с открытыми глазами (А) и при решении АР задач (Б). Зелеными крестами отмечены каналы, где усредненная СПМ в МГ преобладала над НМГ ( $p < 0.05$ ). Цветовая шкала справа указывает на значения Wilcoxon Z-value.

В сравнении с задачами на арифметические последовательности СПМ при решении анаграмм по всему альфа диапазону демонстрировала обратную динамику. Значения мощности спектров при решении ВЕРБ задач, усреднённые по диапазону 8-10 Гц над F7 and T3 ( $z = 3.05$ ,  $p = .0022$ ) и по диапазону 10-12 Hz над F7, T3, F3, C3, F8, T4 ( $z > 2.99$ ,  $p < 0.0028$ ) превосходили таковые, обнаруживаемые при решении ПАР задач.

Мощность спектров при решении АР задач также оказалась выше, чем при решении ПАР задач в альфа и бета диапазонах:

- для 8-10 Гц над F7, Fz, F4, F8, C3, Cz, C4, T5, P3, Pz и P4 ( $z > 2.99$ ,  $p < 0.0028$ );
- для 10-12 Гц над всеми электродами, за исключением F4, C4 и O1, O2 ( $z > 3.15$ ,  $p < 0.0016$ );
- для 12-16 Гц над T3, F3, Fz, F8, C3, Cz, C4, P3, Pz, P4 и T6 ( $z > 2.99$ ,  $p < 0.0028$ );
- для 16-20 Гц над T3, Fz, C3, C4, P3, Pz и P4 ( $z > 2.99$ ,  $p < 0.0028$ );
- для 20-24 Гц над C3 и P3 ( $z = 2.99$ ,  $p = 0.0027$ ).

В тета диапазоне (4-8 Гц) различий между задачами обнаружено не было даже без учета поправки на множественность сравнений.

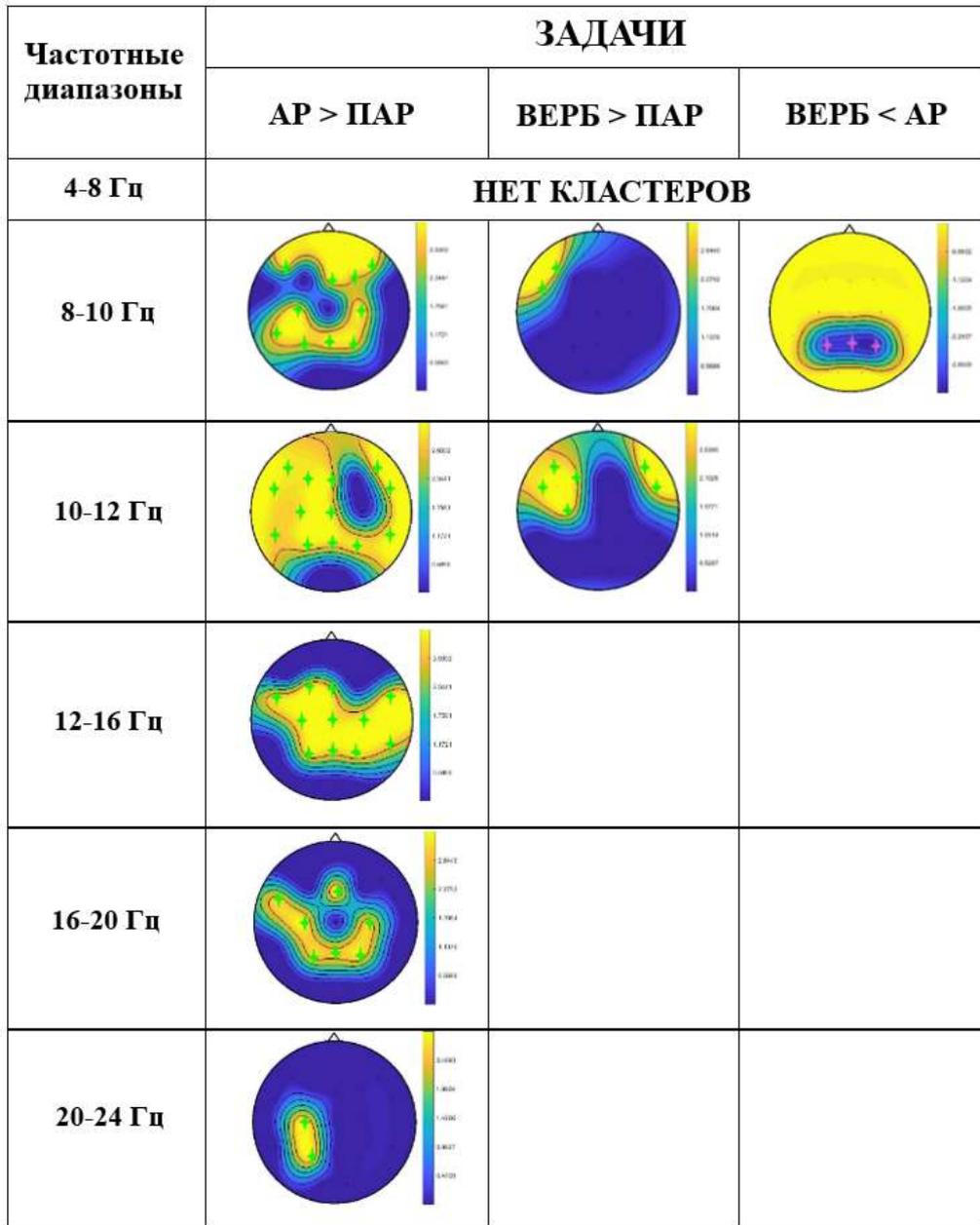


Рисунок 10. Различия в мощности спектров, усредненных по шести диапазонам между тремя типами задач. Крестообразными маркерами отмечены электроды, на которых были обнаружены различия в СПМ между разными типами задач с поправкой на множественность сравнений ( $p < 0.028$ ). Цвет маркера означает знак: зелёный – положительный, красный – отрицательный. Цветовая шкала справа указывает на значения Wilcoxon Z-value.

### 3.2.3 Результаты машинного обучения

Во всех трех попарных сравнениях (АР-ПАР; ВЕРБ-АР и ВЕРБ-ПАР) точность классификации была выше уровня случайности с минимальным средним значением 74 %. Точность классификации задач для всех испытуемых ( $N = 16$ ) значительно различалась между типами сравнения. Достоверное различие между уровнями классификации  $F(1,15) = 7,78$ ,  $p = 0.009$  продемонстрировали пары: АР-ПАР ( $77 \pm 5.5\%$ ) и ВЕРБ-АР ( $83.6 \pm 4.67\%$ ) см таблицу 6.

Таблица 6. Результаты индивидуальной попарной классификации задач, усредненные по группам и по всей выборке испытуемых ( $N=16$ ). Жирным шрифтом выделены значения точности классификации пар, показавших достоверное отличие, курсивом – приближающиеся к достоверному.

Точность классификации	МГ N=8	НМГ N=8	Все участники N=16
АР-ПАР	$79.93 \pm 7.3\%$	$74.77 \pm 7.1\%$	$77.35 \pm 7.5\%$
ВЕРБ-АР	$86.66 \pm 4.8\%$	$81.8 \pm 6.2\%$	$84.23 \pm 5.9\%$
ВЕРБ-ПАР	<b><math>84.6 \pm 6.3\%</math></b>	<b><math>78.04 \pm 7.0\%</math></b>	$81.32 \pm 7.3\%$

Отличия между группами испытуемых в точности индивидуальной классификации задач не достигла статистически значимого уровня, однако наблюдалась выраженная тенденция к увеличению точности различения анаграмм от арифметических последовательностей в группе математиков по сравнению с НМГ ( $p = 0.052$  согласно U-критерию Манна-Уитни).

Кросс-индивидуальная классификация показала значительное снижение точности, однако ее уровень все еще остается выше случайного по всем трем парам задач, достигая максимального при сравнении ВЕРБ и АР задач: 74.21% для испытуемых-математиков и 74% для испытуемых-гуманитариев. Хуже

всего в МГ распознавались между собой задачи на умственную арифметику и арифметические последовательности: 64.65%, в НМГ это значение было лишь ненамного выше: 65.44% и приблизительно такое же значение достигла точность классификации в этой группе для пары ВЕРБ-ПАР: 64.34%. В МГ пара ВЕРБ-ПАР классифицировалась лучше: 72.49%, см рисунок 11.

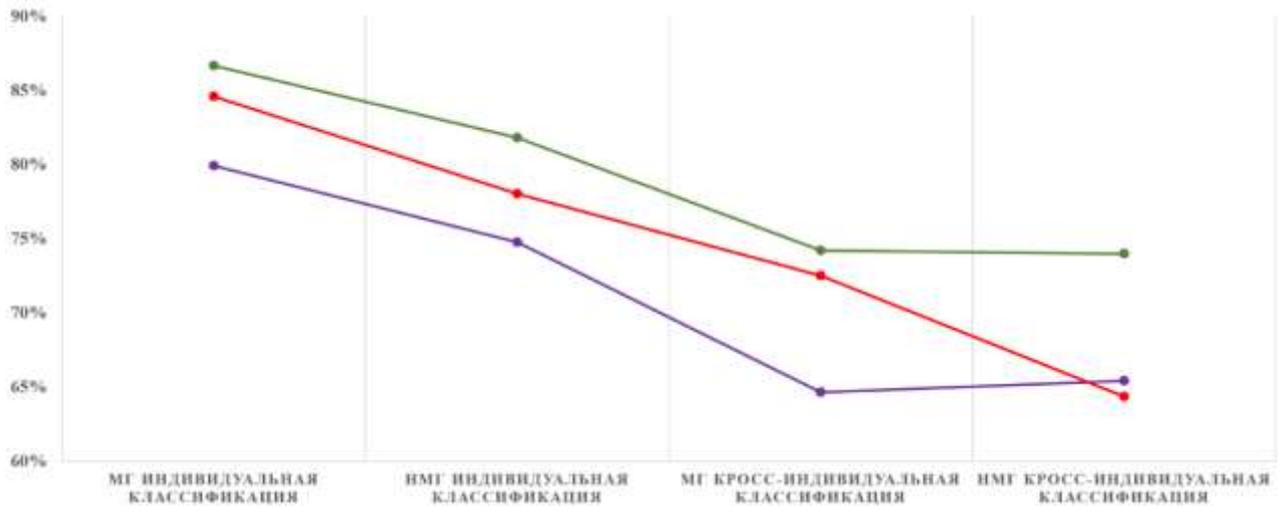


Рисунок 11. Диаграмма точности попарной классификации задач в контексте групп испытуемых и способа анализа данных: индивидуальная – кросс-индивидуальная. Зеленым цветом отмечена пара ВЕРБ-АР, красным: ВЕРБ-ПАР и фиолетовым: АР-ПАР.

Точность распознавания ВЕРБ задач от АР для всей совокупности испытуемых коррелировала с показателями результативности решения АР задач, а именно положительно с ПО ( $r=0,78$ ,  $p=0,0004$ ) и отрицательно с НО ( $r=-0,69$ ,  $p=0,003$ ). При групповом анализе в МГ корреляций точности классификации с поведенческими показателями не обнаружено, однако в НМГ выявлены корреляции точности распознавания задач на арифметические прогрессии от ВЕРБ и АР задач по всем параметрам результативности. Точность классификации ПАР и ВЕРБ задач отрицательно коррелировала в ВР ПАР задач ( $r=-0.77$ ,  $p=.025$ ), а точность классификации ПАР и АР задач отрицательно коррелировала с НО ПАР ( $r=-0.77$ ,  $p=.027$ ) и АР ( $r=-0.86$ ,  $p=.006$ ) задач и с ПО ПАР ( $r=0.76$ ,  $p=.028$ ) и АР ( $r=0.74$ ,  $p=.036$ ) задач.

### 3.3 Результаты основного исследования с использованием 128-канального электроэнцефалографа

#### 3.3.1 Результаты статистического анализа поведенческих данных

Все задачи по параметру ВР достоверно отличались друг от друга без эффекта группы:  $F(2, 44)=53.88$ ,  $\eta^2=.71$ ,  $1-\beta=1.0$ ,  $p<0.00$ , демонстрируя наиболее высокие значения для АР и наиболее низкие для ВЕРБ задач. По параметру НО обнаружена только разница между ВЕРБ и АР задачами  $F(2, 44)=10.17$ ,  $\eta^2=.32$ ,  $1-\beta=0.98$ ,  $p<0.00$ . По параметру ПО достоверных отличий между задачами не выявлено. Найденные различия графически представлены на рисунке 12.

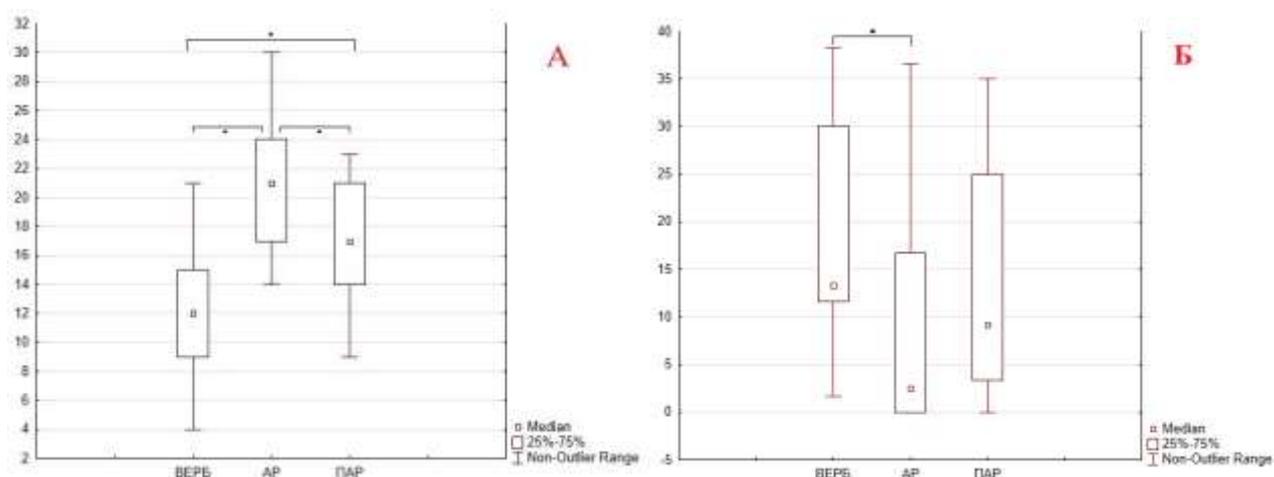


Рисунок 12. (А) ВР различных типов задач. По горизонтали тип задачи, по вертикали – ВР задач. (Б) НО различных типов задач. По горизонтали тип задачи, по вертикали – количество НО задач в % по отношению к общему количеству задач. Достоверные отличия отмечены звездочками.

Корреляций между фонологической петлей РП и решаемыми задачами ни по одному параметру при условии применения поправки Бонферрони на множественность сравнений ( $p<0.006$ ) не выявлено. Ни МГ от НМГ, ни ВРГ от СРГ не отличались между собой по полу, возрасту и объему РП. Также не было выявлено статистических отличий между МГ и НМГ ни по одному параметру результативности решения задач. ВРГ и СРГ, в свою очередь, отличались между собой по ВР и ПО без эффекта задач, но различий по НО обнаружено не было. По ВР:  $F(1, 22)=37.74$ ,  $\eta^2=.63$ ,  $1-\beta=0.99$ ,  $p<0.00003$  и по ПО:  $F(1, 22)=7.75$ ,

$\eta^2=.26$ ,  $1-\beta=0.76$ ,  $p<0.01$  участники ВРГ достоверно справлялись лучше, что наглядно продемонстрировано на рисунке 13.

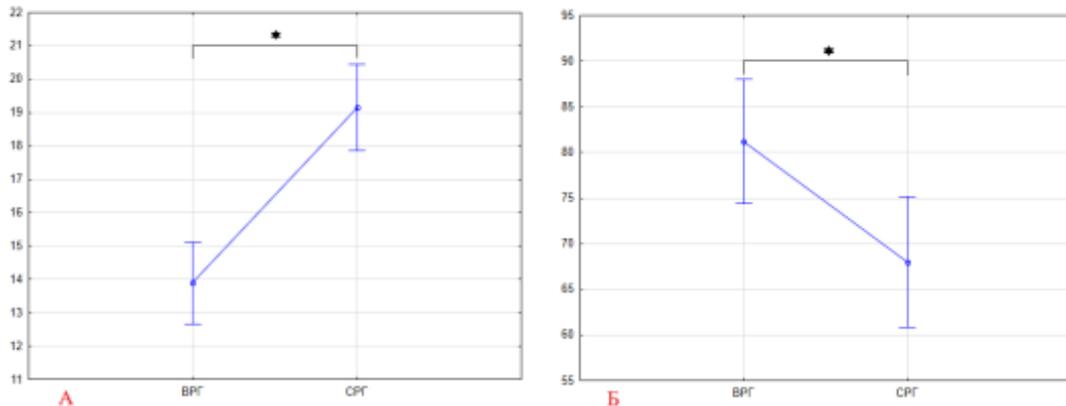


Рисунок 13. Различия в результативности решения задач между ВРГ и СРГ. «А» – по параметру ВР, по вертикальной оси ВР в секундах; «Б» - по параметру ПО, по вертикальной оси количество ПО в процентах от общего количества задач.

### 3.3.2 Результаты статистического анализа ЭЭГ данных

Достоверных отличий между ВРГ и СРГ и между МГ и НМГ в фоновых записях посредством использования пермутационного кластерного теста обнаружено не было, однако были выявлены статистически значимые отличия в ритмической активности мозга во время решения задач между МГ и НМГ. Результаты для каждого типа задача представлены на рисунке 14.

Наиболее значимые кластеры по всем типам задач отмечались в среднем бета-диапазонах (16-20 Гц) над затылочными, височно-теменными и центральными отделами мозга, а также над полюсом лобной доли. В верхнем бета диапазоне (20-24 Гц) –определяются значимые кластеры преимущественно над затылочными, теменными и центральными отделами мозга. Существенные отличия обнаруживаются в верхнем тета-диапазоне (6-8 Гц) в фронто-полярной, затылочной областях и височной с двух сторон. Незначительные по распространенности различия продемонстрировал альфа ритм в диапазоне 8-10 Гц и 10-12 Гц, преимущественно в височных областях, в меньшей степени во фронтальных и затылочной областях.

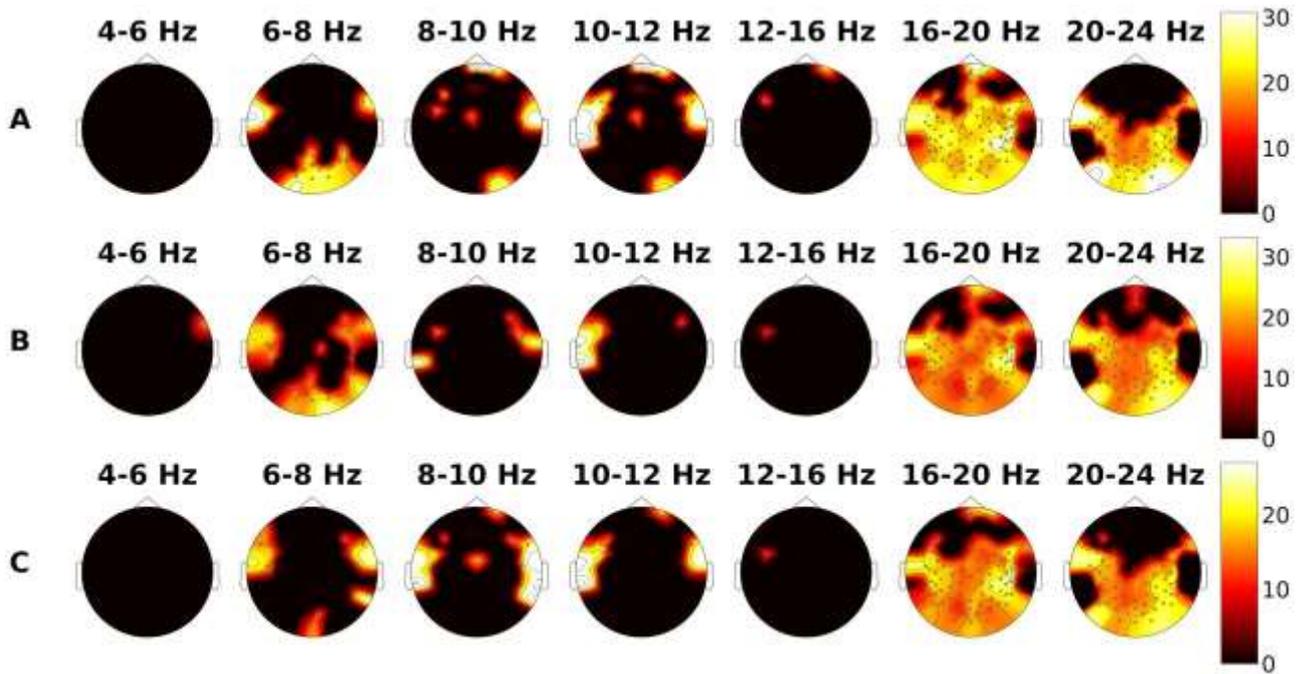


Рисунок 14. Кластеры, полученные с помощью пермутационного теста и Т-статистики для задач: ВЕРБ (А), АР (Б) и ПАР (В). Более светлый цвет означает, что мощность спектров в МГ выше, чем в НМГ. На панели справа указано значение t-value.

Обращает на себя внимание незначительность связи кластеров с типами решаемых задач. Немногим более ярко математики проявляли себя при решении ВЕРБ задач во всех рассматриваемых диапазонах. В аспекте ВЕРБ и ПАР задач испытуемые-математики показали несколько большее правостороннее усиление СПМ по сравнению с испытуемыми-гуманитариями, преимущественно, в височной области. При решении АР и ПАР задач участники МГ в альфа диапазоне (8-10 Гц и 10-12 Гц) и в верхнем тета диапазоне (6-8 Гц) продемонстрировали значимое отличие мощности спектров над ограниченной областью левой височной доли. При решении ВЕРБ и АР задач математики показали усиленную верхнюю тета (6-8 Гц) в затылочной области, а при решении АР задач еще и над обеими височными долями.

### 3.3.3 Результаты машинного обучения

Средняя точность классификации испытуемых МГ от НМГ распределяется для ВЕРБ, АР и ПАР задач соответственно, см рисунок 15.1:

- Логистическая регрессия с КПФ: (ВЕРБ)  $0.85 \pm 0.20$ , (АР)  $0.85 \pm 0.16$ , (ПАР)  $0.86 \pm 0.16$

- Логистическая регрессия с РОП: (ВЕРБ)  $0.88 \pm 0.11$ , (АР)  $0.88 \pm 0.20$ , (ПАР)  $0.87 \pm 0.21$

- АГБ: (ВЕРБ)  $0.89 \pm 0.21$ , (АР)  $0.88 \pm 0.22$ , (ПАР)  $0.88 \pm 0.21$

ROC-AUC классификации испытуемых МГ от НМГ представлена на рисунке 15.2 и распределяется для ВЕРБ, АР и ПАР задач соответственно:

- Логистическая регрессия с КПФ: (ВЕРБ)  $0.99 \pm 0.03$ , (АР)  $0.99 \pm 0.02$ , (ПАР)  $0.98 \pm 0.04$

- Логистическая регрессия с РОП: (ВЕРБ)  $0.97 \pm 0.07$ , (АР)  $0.93 \pm 0.21$ , (ПАР)  $0.91 \pm 0.23$

- АГБ: (ВЕРБ)  $0.85 \pm 0.33$ , (АР)  $0.82 \pm 0.38$ , (ПАР)  $0.85 \pm 0.32$

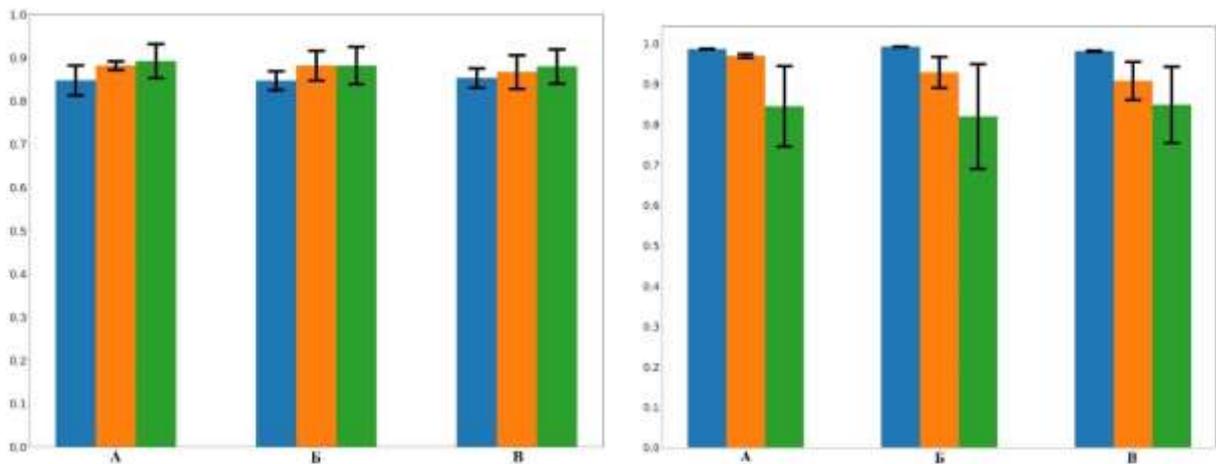


Рисунок 15. Показатели классификации испытуемых МГ и НМГ. 13.1 – средняя точность классификации; 13.2 - ROC-AUCs классификации. По вертикали – значения средней точности классификации для: логистической регрессии с контролируемой обработкой признаков - LSP (синий цвет), логистической регрессии с Римановской обработкой признаков – LRP (оранжевый цвет) и метода бустинга - LightGBM (зеленый цвет) в рамках ВЕРБ задач (А), АР задач (Б) и ПАР задач (В).

Статистической разницы ни между методами, ни между задачами не обнаружено.

ROC-AUC логистической регрессии с контролируемой обработкой признаков для каждого типа задач представлены на рисунке 16.

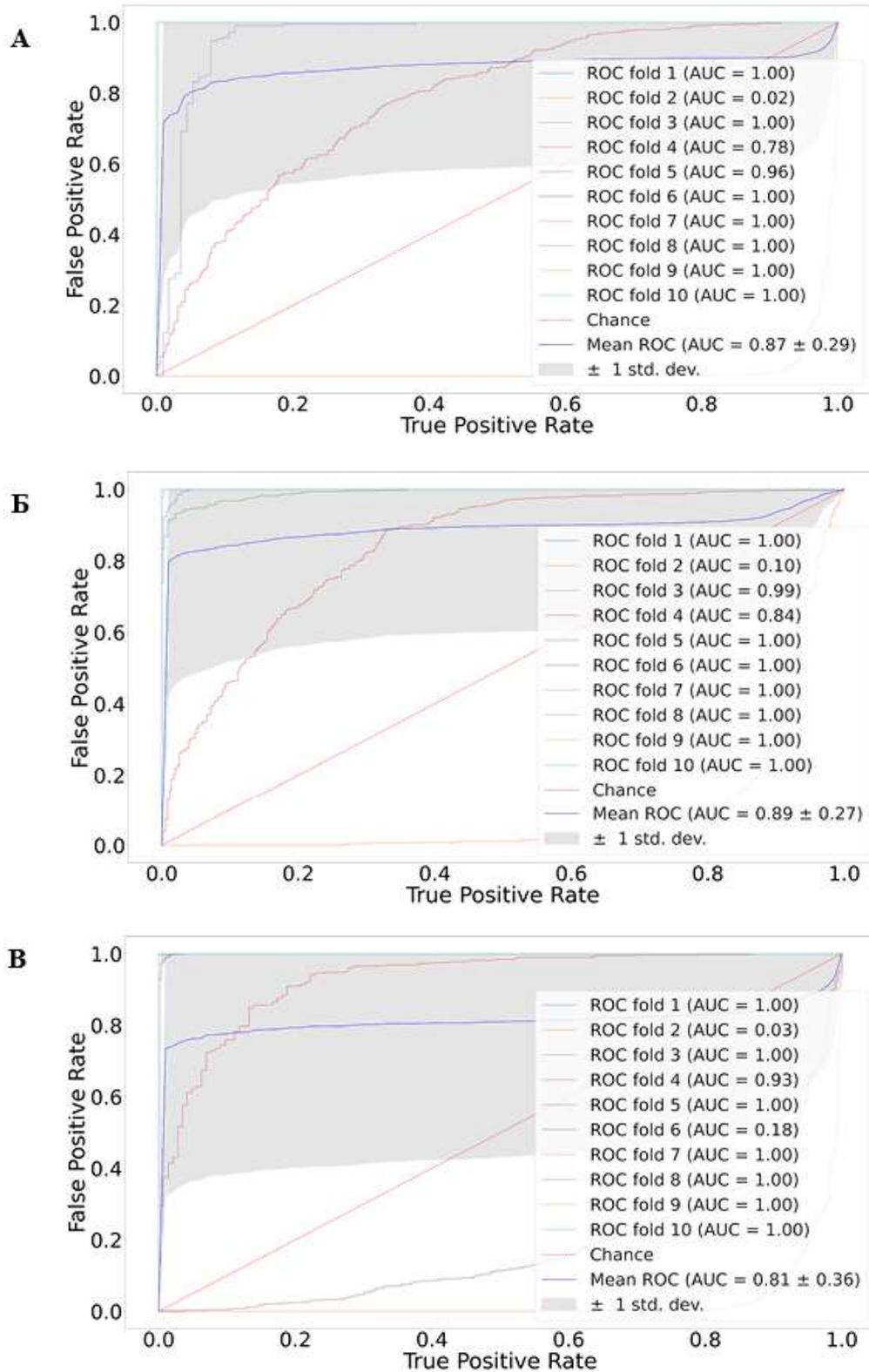


Рисунок 16. ROC/AUC классификации испытуемых МГ против НМГ посредством контролируемой обработкой признаков и логистической регрессии для 10 пар тестовой выборки для ВЕРБ задач (А), АР задач (Б) и ПАР задач (В).

Фильтры и паттерны логистической регрессии с контролируемой обработкой признаков для каждого типа задач представлены на рисунке 17.

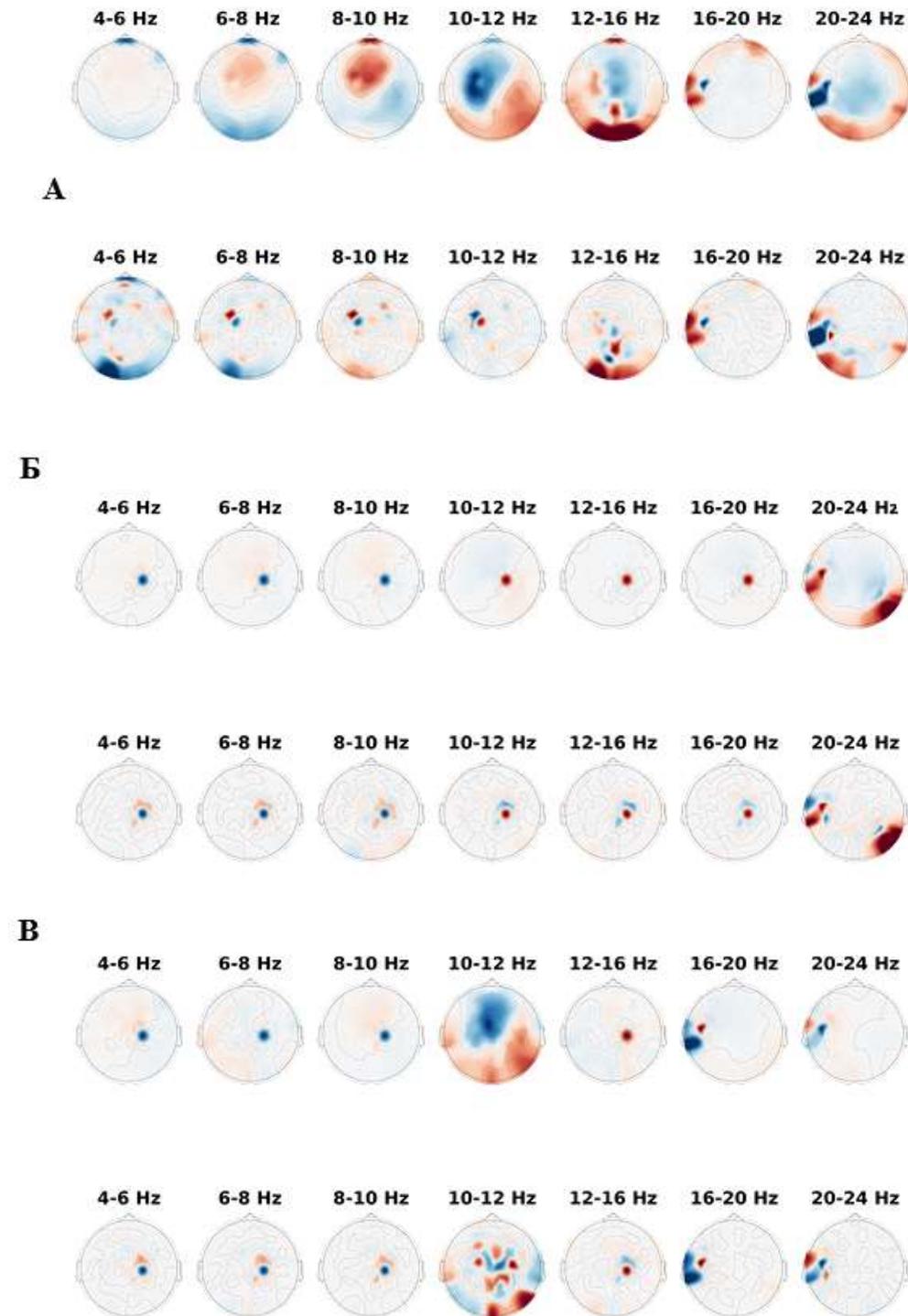


Рисунок 17. Результаты классификации испытуемых МГ против НМГ посредством логистической регрессии с контролируемой обработкой признаков для ВЕРБ задач (А), АР задач (Б) и ПАР задач (В). Верхний ряд в каждой паре – паттерн (один из 4-х и самый сильный для каждого типа задач), нижний – фильтры.

Наиболее широким распространением признаков, значимых для классификатора обладают ВЕРБ задачи, демонстрируя наибольшую выраженность в верхнем альфа (10-12 Гц) и нижнем бета (12-16 Гц) диапазонах практически по всей поверхности головы. Обращает на себя внимание четко выраженная знаковая симметрия весов классификации: полушарная в диапазоне 10-12 Гц (слева отрицательные коэффициенты, справа коэффициенты положительные) и переднезадняя в диапазоне 12-16 Гц (фронтальные, центральные и теменные справа и слева – имеют отрицательные коэффициенты, височные затылочные центрально-париетальные – положительные). Такая же симметрия наблюдается между верхним и нижним диапазонами альфа частот (8-10 Гц и 10-12 Гц) в области полюса лобной доли и фронто-центральных регионов. Затылочная область с двух сторон характеризуется наличием значимых признаков для тета (6-8 Гц), альфа (10-12 Гц) и бета (12-16 Гц и 20-24 Гц) частот, также и полюс лобной доли для тета (4-6 Гц, 6-8 Гц), альфа (8-10 Гц, 10-12 Гц) и бета (12-16 Гц) частот.

Для AP и PАР задач характерна узкая локализация значимых признаков на стыке теменной, височной и затылочной долей справа. Веса классификатора несут разный знак (отрицательный на нижних частотах и положительных на более высоких) и совпадают для обоих типов задач в тета диапазоне (4-6 Гц, 6-8 Гц) и в двух альфа поддиапазонах (8-10 Гц, 12-16 Гц), а для AP задач определяются еще и в среднем бета поддиапазоне (16-20 Гц).

Различия в значимых для классификации математиков от гуманитариев признаках между AP и PАР задачами находятся в области 10-12 Гц (значимые признаки в арифметических последовательностях определяются практически по всей поверхности головы с переднезадним знаковым градиентом) и 20-24 Гц (значимые признаки в задачах на умственную арифметику в теменно-затылочной области справа и задневисочной области слева).

ROC-AUCs метода LightGBM с СПМ - признаками для каждого типа задач представлены на рисунке 18.

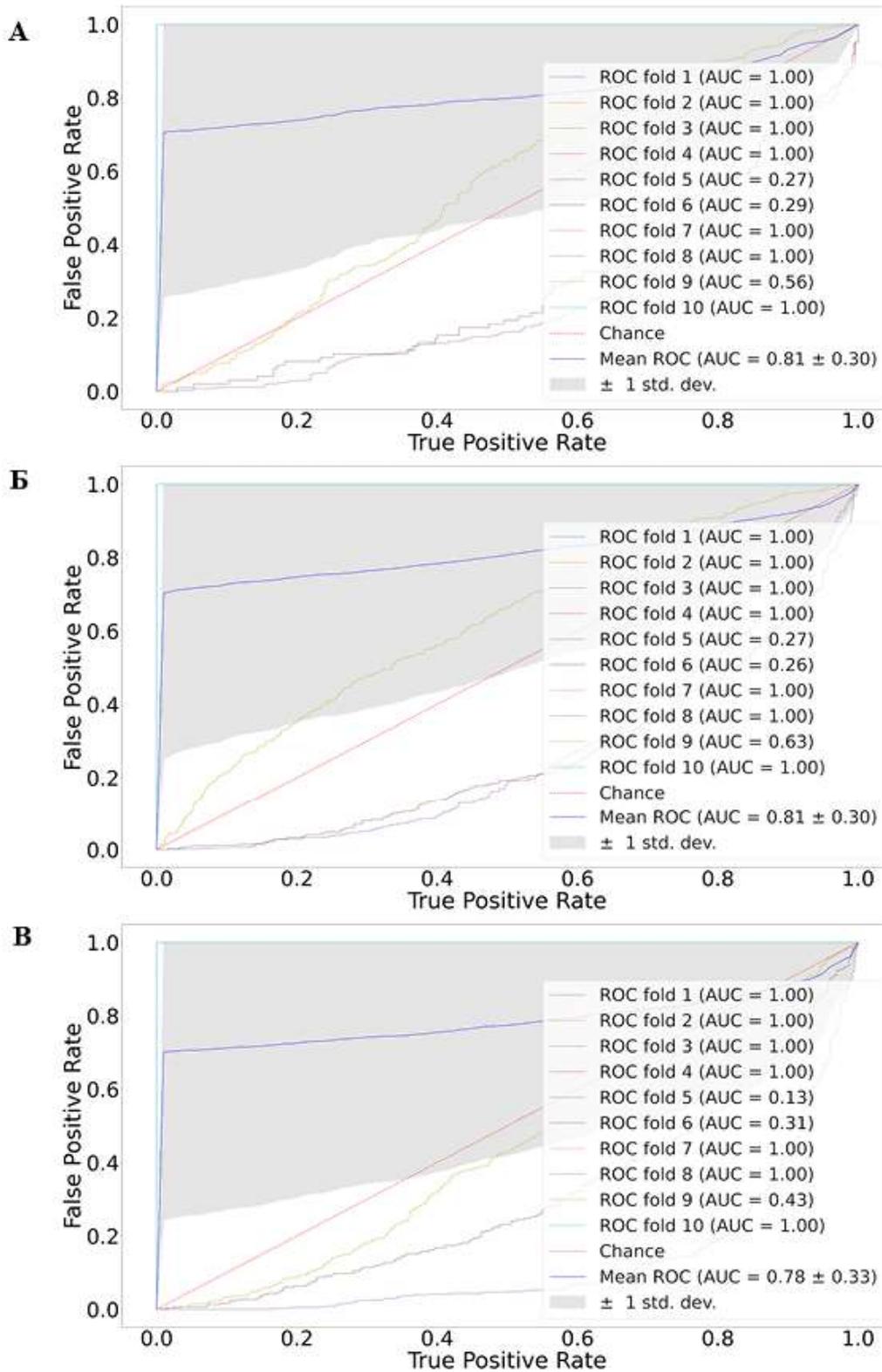


Рисунок 18. ROC/AUC классификации испытуемых МГ против НМГ посредством LightGBM с СПМ - признаками для 10 пар тестовой выборки для ВЕРБ задач (А), АР задач (Б) и ПАР задач (В).

Значимые признаки для классификации испытуемых МГ против НМГ посредством LightGBM для 10 пар тестовой выборки для ВЕРБ задач (А), АР задач (Б) и ПАР задач (В) представлены на рисунке 19.

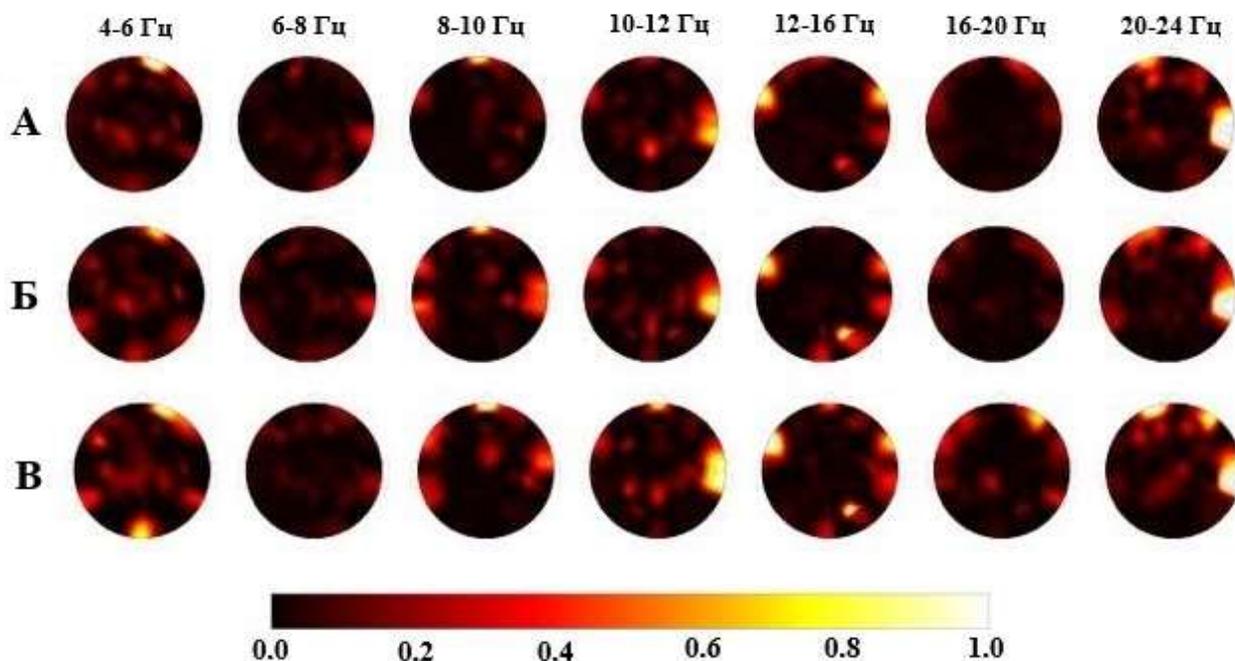


Рисунок 19. Результаты классификации испытуемых МГ против НМГ посредством LightGBM. Значимые признаки для ВЕРБ задач (А), АР задач (Б) и ПАР задач (В). Цветовая шкала отображает уровень значимости признаков.

В отношении такого способа получения весов классификатора отмечается слабая связь значимых признаков с типом решаемой задачи. Значимые признаки определяются для нижнего тета поддиапазона (4-6 Гц) во фронтальной области справа, для верхнего альфа поддиапазона (10-12 Гц) на стыке височной и теменной областей справа, для нижнего бета поддиапазона (12-16 Гц) в височной области слева и справа и в затылочной области справа и, наконец, для верхнего бета поддиапазона (20-24 Гц) на стыке височной и теменной областей справа, во фронтальной области слева и в височной области справа. Относительно заметная связь признаков с обоими типами математических задач прослеживается только на уровне 4-6 Гц (в центральной затылочной области и на стыке височной и теменной областей с обеих сторон, более выраженных для ПАР задач) и на уровне 8-10 Гц (в центральной области

и в височной области с двух сторон). При решении ВЕРБ задач указанные паттерны не влияют или слабо влияют на качество классификации.

По каждому типу задач были выявлены 30 наиболее значимых признаков для классификации, удаление которых из входного потока данных существенно снижало качество работы классификатора. Для каждого типа задач на рисунках 20, 21 и 22 представлены SHAP values и визуализационные схемы расположения электродов, соответствующих 30-ти наиболее значимым для классификации признакам. Частотные диапазоны отмечены следующим образом: theta\_1 (4-6 Гц), theta\_2 (6-8 Гц), alpha\_1 (8-10 Гц), alpha\_2 (10-12 Гц), beta\_1 (12-16 Гц), beta\_1 (16-20 Гц), beta\_1 (20-24 Гц).

В тета диапазоне значимые признаки классификации испытуемых МГ и НМГ выявлялись на уровне 4-6 Гц над: передне-фронтальной областью справа и фронто-латеральной областью слева при решении всех трех типов задач; в височно-теменной области слева и в теменной области справа при решении ВЕРБ задач; в центральной теменной и в височной области справа при решении АР задач; в центральной затылочной области при решении ПАР задач.

В нижнем альфа диапазоне (8-10 Гц) над левой фронтолатеральной областью и центральными электродами при решении обоих типов математических задач и над передне-фронтальной областью при решении ВЕРБ задач.

В верхнем альфа диапазоне (10-12 Гц) над центральной париетальной областью при решении ВЕРБ задач, над левой фронтолатеральной, правой височной и правой окципитальной областями при решении АР задач и над передне-фронтальной областью при решении ПАР задач.

В нижнем бета диапазоне (12-16 Гц) над задними фронтолатеральными областями с обеих сторон при решении всех трех типов задач и над затылочной областью справа при решении обоих типов математических задач.

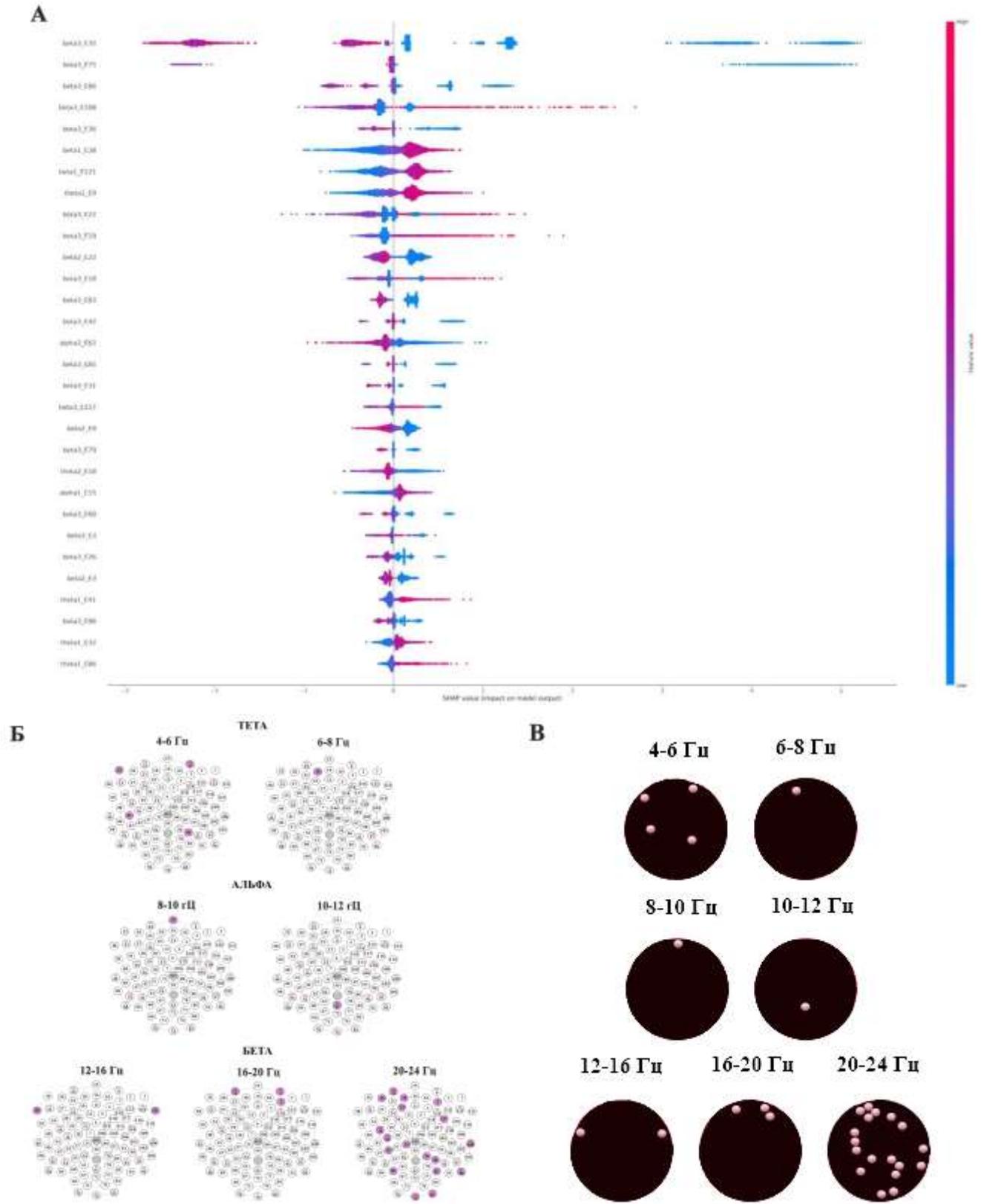


Рисунок 20. SHAP values для LightGBM классификации МГ и НМГ в аспекте ВЕРБ задач и визуализационные схемы. (А) – ТОП30 наиболее важных SHAP values и объяснение их влияния на вероятность принадлежности субъекта к группе М. (Б) – локализация электродов (выделены пурпурным цветом), соответствующих 30-ти наиболее значимым признакам. (В) – схематичное изображение проекции 30-ти наиболее значимых признаков.

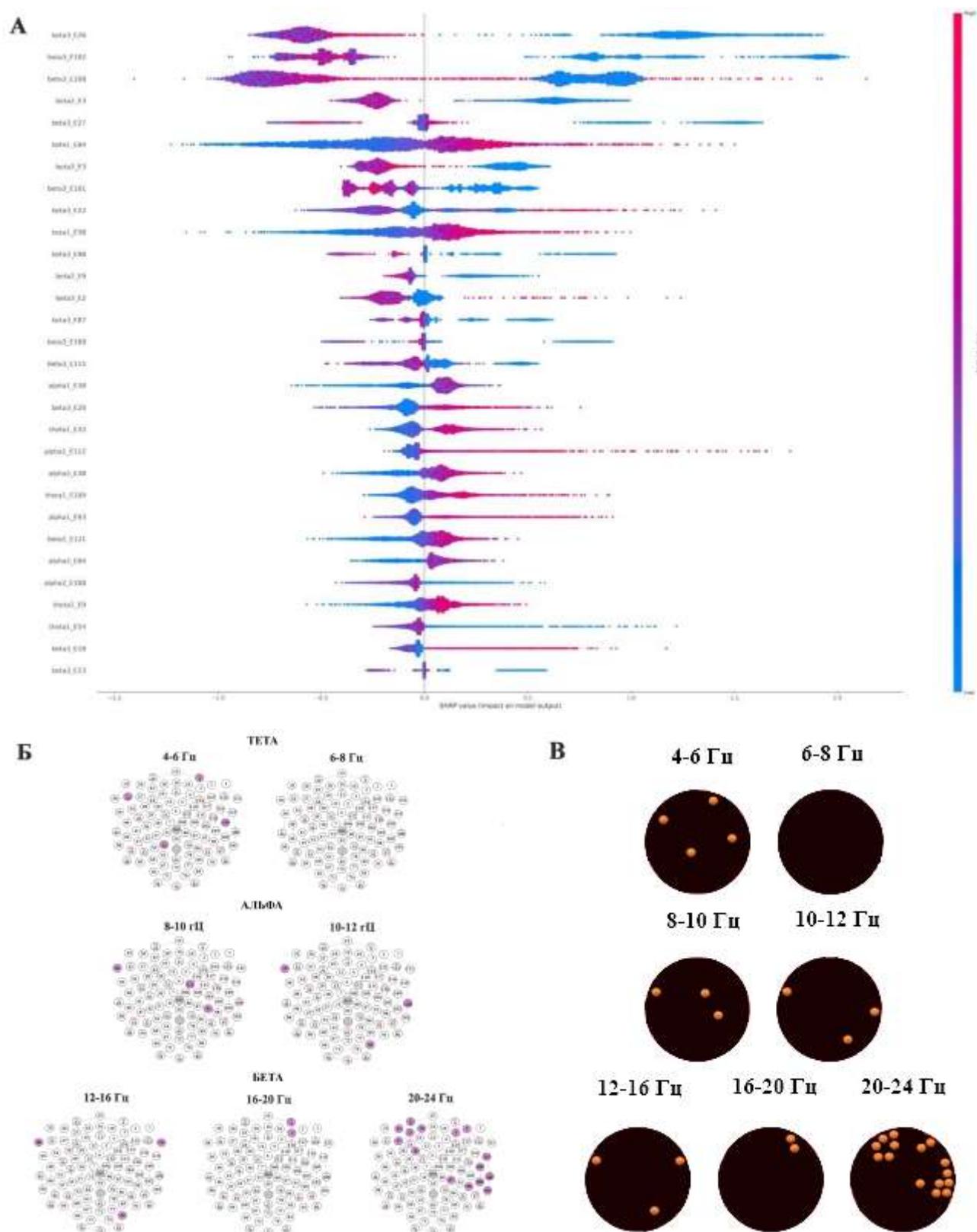


Рисунок 21. SHAP values для LightGBM классификации МГ и НМГ в аспекте AP задач и визуализационные схемы. (А) – ТОП30 наиболее важных SHAP values и объяснение их влияния на вероятность принадлежности субъекта к группе М. (Б) – локализация электродов (выделены пурпурным цветом), соответствующих 30-ти наиболее значимым признакам. (В) – схематичное изображение проекции 30-ти наиболее значимых признаков.

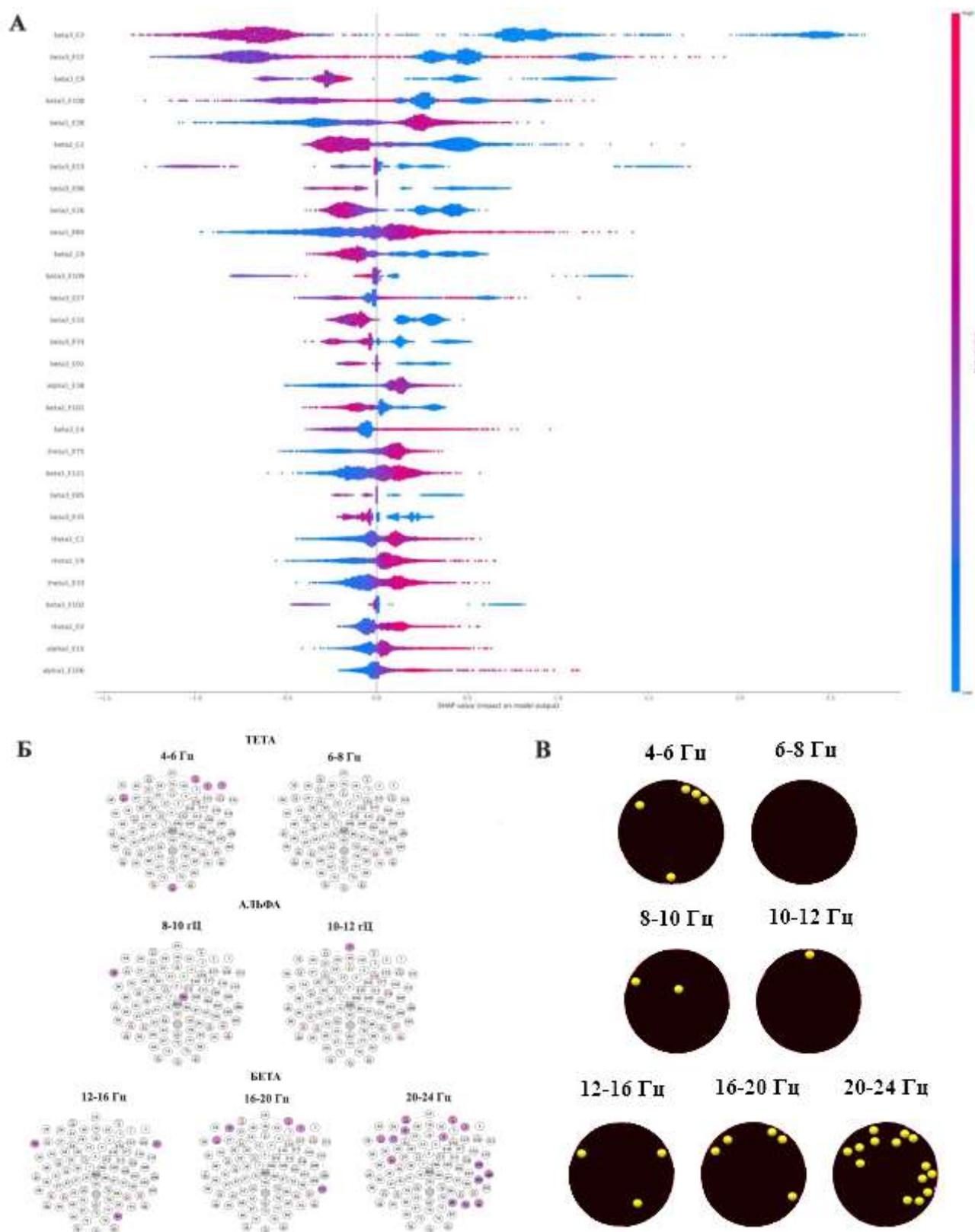


Рисунок 22. SHAP values для LightGBM классификации МГ и НМГ в аспекте ПАР задач и визуализационные схемы. (А) – ТОП30 наиболее важных SHAP values и объяснение их влияния на вероятность принадлежности субъекта к группе М. (Б) – локализация электродов (выделены пурпурным цветом), соответствующих 30-ти наиболее значимым признакам. (В) – схематичное изображение проекции 30-ти наиболее значимых признаков.

В среднем бета диапазоне (16-20 Гц) над фронтальными регионами справа при решении всех трех типов задач, а при решении ПАР задач еще и над фронтолатеральными областями слева и на стыке височной и теменной области справа.

В верхнем бета диапазоне (20-24 Гц) при решении ВЕРБ задач наиболее значимые признаки классификации МГ и НМГ распределены достаточно равномерно практически над всей поверхностью головы, при решении математических задач сконцентрированы над фронтальной областью, преимущественно в ее передней части и больше слева и над правой височной областью при решении АР задач, при решении ПАР задач над височно-париетальной областью справа.

Значения средней точности классификации испытуемых ВРГ и СРГ по паттернам электрической активности мозга во время выполнения когнитивных задач определялись на уровне случайного.

По фоновым записям результаты классификации участников МГ и НМГ определялись на уровне случайного, как и значения точности классификации испытуемых-математиков и испытуемых-гуманитариев, не показавших высокие результаты решения задач. В то же время точность классификации ( $0.7 \pm 0.23$ ) и AUC ( $0.75 \pm 0.24$ ) участников МГ и НМГ, продемонстрировавших высокие поведенческие показатели был ощутимо выше случайного, см рисунок 23. Показатели точности классификации, ROC-AUCs и значимые признаки представлены на рисунке 24 соответственно.

Значимые признаки для классификации результативных испытуемых МГ и НМГ по фоновым записям определяются на стыке височной и теменной областей слева в диапазонах частот: 4-6 Гц, 6-8 Гц, 8-10 Гц и 10-12 Гц, над теменно-затылочной областью справа на уровне альфа ритма (8-10Гц, 10-12Гц) и в меньшей степени на уровне нижнего бета ритма (12-16 Гц), на правой височной областью и фронтоцентральными регионами, больше слева на уровне верхнего бета ритма (20-24Гц).

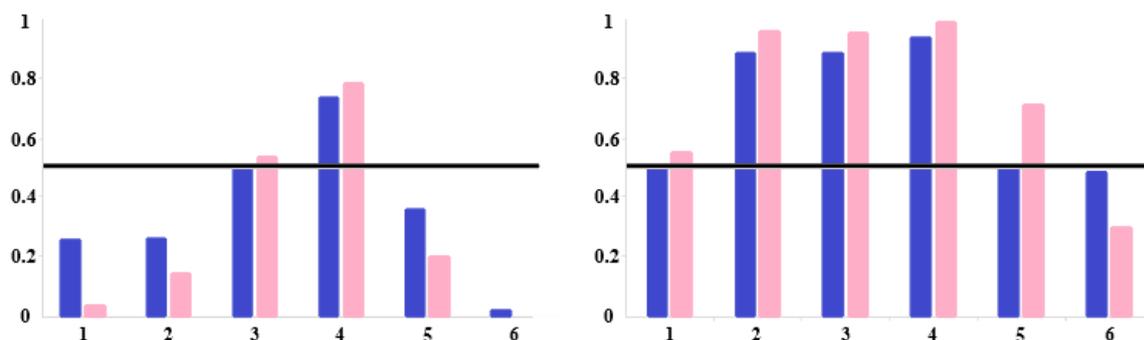


Рисунок 23. Результаты кросс-индивидуальной классификации испытуемых МГ и НМГ: слева SRG, справа – BRG. Горизонтально отмечены пары участников, вертикально: точность классификации (голубой цвет) и AUC (розовый цвет). Черной линией отмечен уровень случайности.

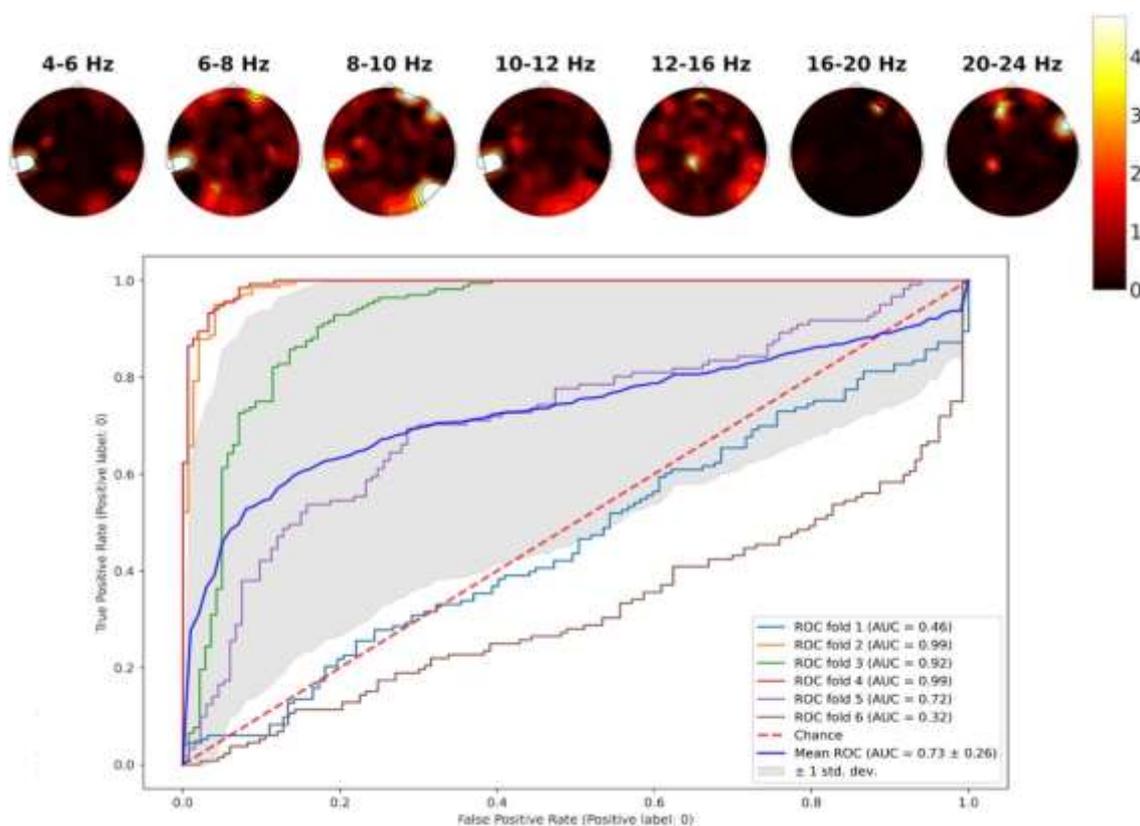


Рисунок 24. Значимые признаки для классификации и ROC/AUC классификации по фоновым записям методом LightGBM испытуемых МГ и НМГ, показавших высокие поведенческие результаты.

По фоновым записям посредством SHAP метода также были выявлены ТОП30 значимых признаков для классификации наиболее успешных испытуемых МГ и НМГ. SHAP values и визуализационные схемы

расположения электродов, соответствующих 30-ти наиболее значимым для классификации признакам изображены на рисунке 25. Частотные диапазоны отмечены следующим образом: theta\_1 (4-6 Гц), theta\_2 (6-8 Гц), alpha\_1 (8-10 Гц), alpha\_2 (10-12 Гц), beta\_1 (12-16 Гц), beta\_1 (16-20 Гц), beta\_1 (20-24 Гц).

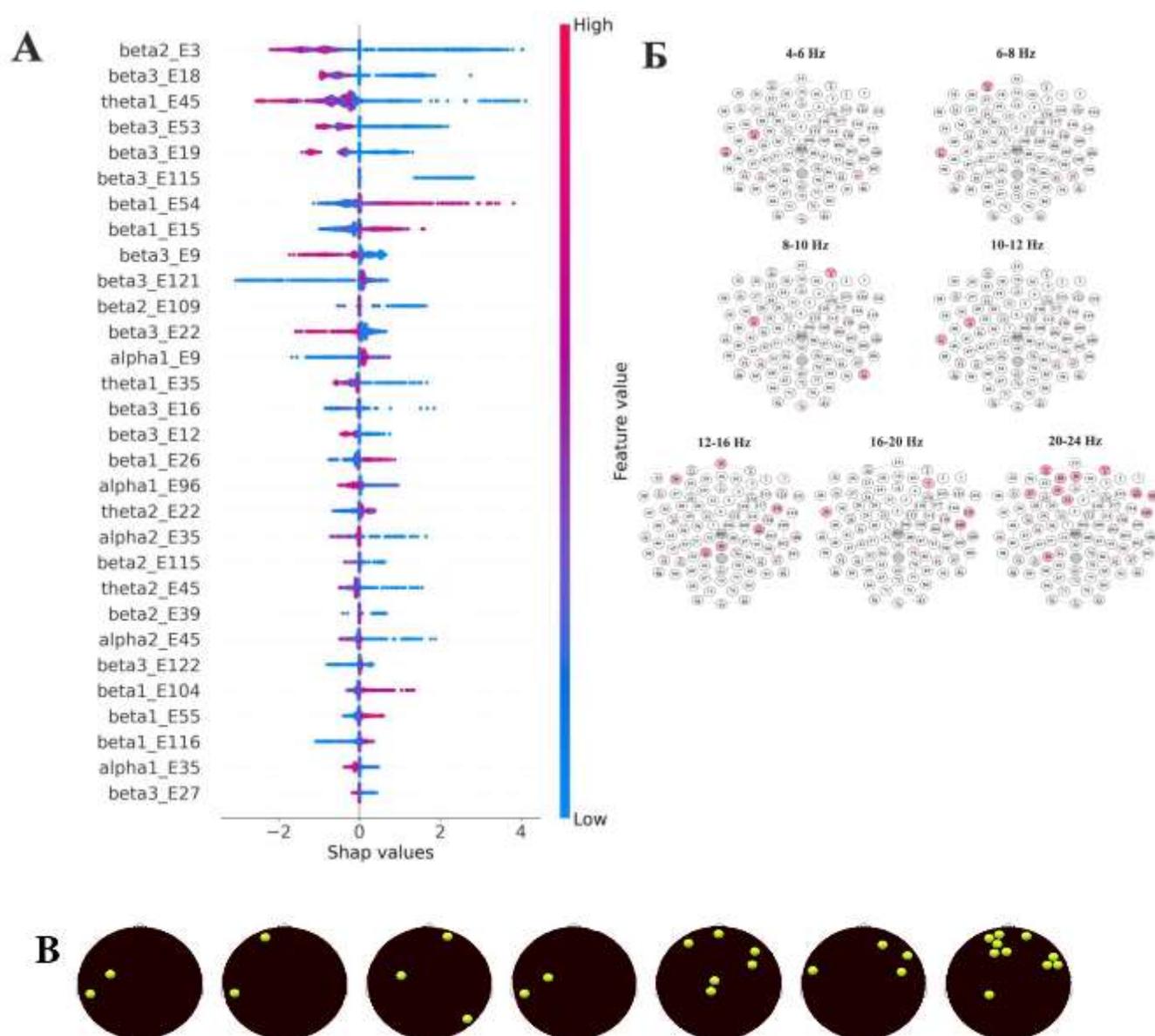


Рисунок 25. SHAP values для LightGBM классификации МГ и НМГ по фоновым записям и визуализационные схемы. (А) – ТОП30 наиболее важных SHAP values и объяснение их влияния на вероятность принадлежности субъекта к группе М. (Б) – локализация электродов (выделены пурпурным цветом), соответствующих 30-ти наиболее значимым признакам. (В) – схематичное изображение проекции 30-ти наиболее значимых признаков.

Тридцать наиболее важных признаков для классификации высокорезультативных испытуемых МГ и НМГ выявлены в тета, альфа и бета диапазонах. В нижнем тета поддиапазоне (4-6 Гц) в области левой височной доли; в верхнем тета поддиапазоне (6-8 Гц) в височной области и над префронтальной корой слева. В нижнем альфа поддиапазоне (8-10 Гц) на стыке центральной и височной областей слева, а также над префронтальной и теменной областями справа, в верхнем альфа поддиапазоне в области левой височной доли. Распределение признаков в бета-диапазоне выглядит гораздо шире. В нижнем бета поддиапазоне (12-16 Гц) в центре префронтальной области, в левой лобной области, в центральной теменной зоне и в задней лобной области справа; в среднем бета диапазоне (16-20 Гц) на стыке лобной и височной областей с обеих сторон и в области правой лобной доли; в верхнем бета поддиапазоне (20-24 Гц) в передней лобной области с обеих сторон, преимущественно слева, а также в заднелатеральной лобной коре справа и в теменной области слева.

Значения средней точности классификации испытуемых ВРГ и СРГ по паттернам электрической активности мозга во время состояния спокойного бодрствования определялись на уровне случайного.

## **Глава 4. Обсуждение результатов**

### **4.1 Обсуждение поведенческих результатов подготовительного исследования**

Вполне ожидаемой оказалась достоверная разница в правильности решения математиками двух типов математических задач (КАР и ЛАР), в то время, как относительно простые с процедурной точки зрения и регулярно используемые в повседневной бытовой практике большинством людей АР задачи такое различие не показали. С точки зрения скорости решения достоверная разница между группами обнаружилась лишь для КАР задач. Предположительно, это может быть связано с включением в перечень КАР

заданий, тех, для решения которых можно использовать как более затратные по времени последовательные расчеты, так и существенно ускоряющие процесс формулы, знанием которых, обладают математики, а именно задачи на нахождении суммы чисел, находящимися между крайними значениями. Например, задачу “найти сумму всех целых чисел между «1» и «N»” можно решить как путем их последовательного сложения  $(1+2+3+\dots+N)$ , так и с использованием формулы  $- (N(N+1))/2$ .

Неожиданностью оказалось более правильное решение математиками ВЕРБ задач. Возможно, в обработке анаграмм и математических задач, выходящих за рамки простых арифметических, задействованы некоторые сходные механизмы, например, инсайт, однако это предположение нуждается в тщательной проверке.

Для исследования роли РП, традиционно, наиболее удобным методом является использование математических задач. Различные исследования в рамках дифференциально-психологического подхода к изучению объема РП демонстрируют, что РП входит в ядро базовых индивидуальных различий [Ricks, Turley-Ames, Wiley, 2007] и показывают достаточно высокую корреляцию между выполнением комплексных тестов на объем РП и математическими тестами достижений [Владимиров, Коровкин, 2014], [Wiley, Jarosz, 2012]. По мнению Дж. Хитча [Hitch, 1978] выбор математического материала для изучения РП не случаен. Он определяется тем, что, во-первых, при решении математических задач требуется емкость РП для хранения промежуточных результатов вычисления, во-вторых, требуется обращение к долговременной памяти для актуализации правил вычисления, в-третьих, способ решения зависит от выбранной стратегии решения, которая определяет последовательность операций.

Одной из задач данного исследования была проверка гипотезы не только о связи фонологической петли РП с процессами обработки математической информации, о чем уже неоднократно было сказано в предыдущих работах, но и о различной степени ее вовлечения у профессионалов технико-

математического и гуманитарного профилей. Полученные результаты свидетельствуют в пользу этих предположений. Корреляционная связь между объемом фонологической петли РП, не отличающейся между группами и тремя параметрами результативности решения экспериментальных задач, действительно, в разных группах испытуемых была представлена по-разному. Емкость вербального домена РП у участников МГ влияла на ПО, а у участников НМГ только на ВР задач. Можно предположить, что испытуемые-математики использовали возможности РП для повышения качества решения задач, в то время, как испытуемые-гуманитарии для скорости. Не исключено, что такая картина обусловлена более строгим, профессиональным отношением математиков к точности расчетов и потребности к перепроверке результатов, в силу чего величина РП у них не нашла свое отражение в скорости решения математических задач.

Заслуживает особого внимания обнаруженная в МГ сильная корреляция ВР ЛАР задач с вербальным компонентом РП. Это позволяет предположить наличие значимого влияния фонологической петли РП и, соответственно, языка на эффективность логико-математического мышления что, возможно, связано с задержкой продвижения потока информации к высшим уровням обработки при наличии неэффективного фонологического анализа [Crain и др., 1990].

Логичной выглядит корреляция между вербальным доменом РП и анаграммами, поскольку связана с удержанием одновременно некоторого количества букв и активным манипулированием ими, в то же время остается неясным наличие этой корреляции исключительно у испытуемых НМГ.

Для проведения следующего этапа исследования были отобраны задания такого типа, на решение которых требовалось бы в среднем 20-30 секунд, а именно: пяти- и шестибуквенные анаграммы, арифметические примеры на все типы арифметических действий, включая дроби и задачи на арифметические последовательности (продолжить числовой ряд). Указанный период времени был оптимален для успешного выделения ЭЭГ паттернов, в то же время, не затягивал избыточно процесс проведения эксперимента.

## **4.2 Обсуждение результатов пилотного исследования с использованием 19-канального электроэнцефалографа**

### **4.2.1 Обсуждение результатов статистического анализа поведенческих данных пилотного проекта**

Отсутствие различий в ПО между задачами может свидетельствовать в пользу корректного подбора задач с точки зрения сложности, а вкупе с отсутствием различий в объеме фонологической петли РП между группами и в пользу достаточно ровного интеллектуального статуса участников исследования. Увеличенное ВР АР задач связано с перепроверкой расчетов и со сложной умственной арифметикой, предполагающей стандартную схему вычислений с определенным количеством обязательных этапов. Анаграммы чаще всего решаются посредством внезапного озарения, в силу чего они, как правило, входят в экспериментальные сетки заданий по изучению инсайта, но это обуславливает и более короткое время, затрачиваемое на их решение. Тот факт, что анаграммы редко решаются методом перебора вариантов, а также существование ограничения во времени является причиной большего количества НО для ВЕРБ задач по сравнению с ПАР и АР, которые характеризуются или наличием скрытой вычислимой логики, или/и стандартной процедуры вычислений, что существенно повышает вероятность формулирования ответа в заданный срок, хотя ответы могут оказаться неверными.

Из трех типов задач только задачи на математическую логику выявили поведенческие отличия между участниками МГ и НМГ, а именно, количество правильных решений ПАР задач испытуемыми-математиками было выше. Это вполне естественно, однако не ясно с чем связано: с врожденными способностями или с профессиональной подготовкой. Задачи, ассоциированные с общим интеллектом (анаграммы) и общераспространенными образовательными навыками (АР) не продемонстрировали никаких отличий между участниками МГ и НМГ ни по одному из изучаемых параметров.

Вполне объяснимой выглядит сильная отрицательная корреляция между РП и ВР решения задач на арифметические последовательности. Процесс итеративных вычислений, в отличие от линейного, выполняется с периодическим повторением, прерыванием и возобновлением некоторых этапов решения, продолжительность и количество этих этапов определяются ресурсами внимания и рабочей памяти, позволяющими оперировать условием задачи и промежуточными результатами [Aydarkin, Fomina, 2013]. В силу ограничений РП, в ходе итеративных вычислений могут возникать сложности с удержанием в оперативном когнитивном пространстве предшествующих вычислений скрытых логических правил, что побуждает решателей повторно к ним возвращаться в поисках верного ответа. Однако, неясным остается факт обнаружения этой корреляции только в математической группе.

#### **4.2.2 Обсуждение результатов статистического анализа ЭЭГ данных пилотного проекта**

В основе текущего исследования лежит предположение о существовании особой организации умственной деятельности у людей, обладающих продвинутыми математическими компетенциями. В соответствии с данной гипотезой уровень математического мастерства должен находить свое проявление в специфическом распределении спектральной мощности ритмической активности мозга не только при решении относительно ординарных задач, но и в состоянии спокойного бодрствования. Полученные результаты некоторым образом свидетельствуют в пользу этого утверждения. Эффект математического профессионализма коррелировал с усилением тета ритма (4-8 Гц) при решении АР задач и в состоянии покоя с открытыми глазами. Медленному тета ритму предписывают ответственность за организацию рабочего цикла обмена информацией между мозговыми структурами, благодаря его способности синхронизировать деятельность удаленных нейронных популяций [Zhang, Gan, Wang, 2015a].

В состоянии покоя были обнаружены существенные групповые различия в мощности тета ритма над Cz и F4. В отличие от детально описанного фронтального срединного тета ритма, в литературе не было обнаружено данных, освещающих связь центрального тета ритма и элементов когнитивной деятельности, однако ее можно представить, как составную часть глобальной фронто-париетальной сети. Фронто-париетальная сеть, согласно исследованиям, активизируется в тета диапазоне у математически одаренных подростков при решении математических задач [Zhang, Gan, Wang, 2015a], [Zhang, Gan, Wang, 2017]. Увеличение когерентности тета осцилляций в покое способно предсказать математическую успешность у детей [Anzalone и др., 2020]. Дальние фазовые синхронизации используются мозгом для адаптационной реорганизации и усиленной конфигурации «рабочего пространства» [Zhang, Gan, Wang, 2015a], что позволяет получить больший доступ к теменно-лобному паттерну активации рассуждений и мысленных образов [Zhang, Gan, Wang, 2017].

Усиленная конфигурация рабочего пространства связана с сокращением модульности и длины пути сигнала, а также повышением глобальной эффективности параллельной передачи информации [Zhang, Gan, Wang, 2015a]. Хотя усиление глобальной интеграции ослабляет локальные кластеры, все же отмечалась высокая степень узловой кластеризации в медиальном и в правом фронтальном модулях у математически одаренных подростков [Zhang, Gan, Wang, 2015a], что, вероятно, способствует увеличению эффективности локального обмена информацией и облегчает взаимодействие различных мыслей, возникающих в процессе математического мышления [Zhang, Gan, Wang, 2015a]. Многочисленные исследования подтверждали связь математического мышления и правой лобной доли [Lin и др., 2015], [O'boyle, Alexander, Benbow, 1991], [Shen, Liu, Chen, 2018], [Prescott и др., 2010], [Zhang, Gan, Wang, 2017], [Zhang, Gan, Wang, 2015b]. Избирательное включение правой лобной доли связано с сильной способностью контролировать обработку информации, относящейся к задаче и препятствовать извлечению

нерелевантной [Klimesch, Sauseng, Hanslmayr, 2007]. Считается, что правое полушарие вовлекается в рассеянное внимание, бессознательную обработку и широкое семантическое представление и эти аспекты познания используются для решения задач таким образом, чтобы можно было внезапно достичь понимания [Lin и др., 2015].

Таким образом, обнаруженная в покое в МГ увеличенная мощность тета ритма над центральным и над правым фронтальным электродами может рассматриваться, как элемент, связанный с высокими математическими способностями, вполне ожидаемыми у испытуемых-математиков, так и с профессиональным математическим опытом.

При решении AP задач появляется еще один признак, характеризующий отличия между испытуемыми двух групп: фронтальный срединный тета ритм, ожидаемо повышенный в МГ. Основными генераторами тета сигнала фронтально-срединной линии являются передняя поясная извилина и прилегающая к ней медиальная префронтальная кора [Magosso, Ricci, Ursino, 2021]. Фронтальный срединный тета ритм, как правило, ассоциируется с функциями исполнительного контроля [Ishii и др., 2014], [Mizuhara и др., 2004], [Mizuhara, Yamaguchi, 2007] и сложной когнитивной деятельностью [Cavanagh, Frank, 2014]. Увеличение фронтального срединного тета ритма наблюдается при решении задач на умственную арифметику, [Magosso, Ricci, Ursino, 2021], требующих повышенной потребности в элементах исполнительного контроля РП, таких, как обновление, организация переключения между ментальными стратегиями и хранение онлайн-информации о нескольких элементах для обработки и извлечения их из памяти [Ishii и др., 2014], [Mizuhara, Yamaguchi, 2007]. Учитывая вышесказанное, было бы справедливо предположить, что усиление исполнительного контроля должно коррелировать с поведенческими результатами, однако ни по одному из трех параметров поведенческих различий между МГ и НМГ при решении AP задач обнаружено не было.

Существуют работы, демонстрирующие связь фронтального срединного тета ритма с эмоциональными проявлениями, такими, как уровень тревожности

[Inanaga, 1998], [Ishii и др., 2014]. Хотя в текущем исследовании оценка уровня тревожности и личностных черт произведена не была, кажется маловероятным приписывать математическую тревожность испытуемым МГ при решении AP задач, отсутствующую при этом в покое. Более разумной выглядела бы обратная картина, но НМГ не демонстрировала ЭЭГ признаков тревоги. В то же время для окончательного исключения эмоционального компонента, связанного с тета активностью в будущем должны быть применены соответствующие тесты.

В качестве еще одного возможного и, кажется, наиболее вероятного объяснения усиленного фронтально-центрального тета ритма у математиков при решении AP задач по сравнению с испытуемыми НМГ является связь медиальной фронтальной коры с процессами когнитивного контроля, включающего мониторинг ошибок [Cavanagh, Frank, 2014], [Mizuhara, Yamaguchi, 2007]. Такой срединно-фронтальный тета ритм локализуется в средней поясной извилине коры головного мозга и проявляет чувствительность к различным обстоятельствам, указывающим на необходимость увеличения контроля [Cavanagh, Frank, 2014]. Кроме того, увеличение фронтального срединного тета ритма также наблюдается при решении задач, требующих постоянного внутреннего внимания, к которым относятся задачи умственной арифметики [Ishii и др., 2014], [Magosso, Ricci, Ursino, 2021]. Отмечено, что электрофизиологические реакции, связанные с процессами когнитивного контроля и внутреннего внимания, имеют общую спектральную сигнатуру в тета диапазоне с когнитивными усилиями, РП и тревожным темпераментом [Cavanagh, Frank, 2014]. Таким образом, представляется, что в аспекте AP задач фронтально-центральный тета ритм следует рассматривать, скорее, как отражение различий между группами, связанными с усиленным внутренним вниманием и когнитивным контролем, ассоциированным с мониторингом ошибок, чем в уровне загрузки РП и личностной тревожности.

Все найденные различия между группами согласуются с литературными данными, посвященными изучению математического мышления, где фронтально-

центральный, правосторонний фронтальный и центральный тета ритм, рассматриваются, преимущественно, как проявление математических способностей у подростков. Сопоставляя текущие результаты поведенческого анализа, продемонстрировавшего лишь минимальную межгрупповую разницу и только при решении ПАР задач и анализа ЭЭГ, напрашивается предположение, что эти различия, вполне вероятно, могут отражать не только различную выраженность математических способностей у взрослых испытуемых, но и уровень математического профессионализма, использование определенных стратегий принятия решений, которые ранее были описаны как математическое мышление [Micheloyannis и др., 2005]. В качестве аргумента к последнему утверждению необходимо принять во внимание, что математически одаренные подростки, как правило, усиленно занимаются математикой с ранних школьных лет и успевают накопить математический опыт, превышающий таковой у обычных детей.

Остается неясным отсутствие ЭЭГ различий между МГ и НМГ при решении ПАР задач, несмотря на то, что они нашли свое выражение в поведенческих результатах.

Различий между испытуемыми-математиками и испытуемыми-гуманитариями в альфа и бета частотном диапазоне обнаружено не было, но в выборке, включающей МГ и НМГ была обнаружена зависимость мощности альфа и бета ритмов от условий задач, что подтверждает предыдущие данные о специфических ритмических паттернах электрической активности мозга, связанных со специфическими когнитивными процессами.

Наиболее значительной была разница между АР и ПАР задачами и характеризовалась она распространенным преобладанием электрической активности мозга при решении АР задач в широком диапазоне альфа и бета осцилляций.

Хотя процессы, связанные со сложной умственной арифметикой и выходят за рамки простого извлечения из памяти и требуют повышения лобно-теменной активации и альфа десинхронизации [Artemenko и др., 2019], логико-

арифметические задачи представляются все же более ресурсоемкими, требующими использования процедурных стратегий, что проявляется усиленным подавлением альфа. Ранее было показано, что задачи, требующие использование процедурных стратегий сопровождались повышенной лобно-теменной активацией, согласно данным фМРТ и альфа-десинхронизацией на ЭЭГ [Artemenko и др., 2019].

Текущее исследование показало связь AP задач с более высокой СПМ в диапазоне верхнего альфа ритма, чем в ВЕРБ задачах. Эти результаты согласуются с данными, продемонстрировавшими более существенное снижение альфа ритма при решении анаграмм в противовес AP задачам [Magosso, Ricci, Ursino, 2021], так как анаграммы могут требовать больше ментальных усилий, индуцирующих супрессию альфа ритма [Magosso, Ricci, Ursino, 2021].

ПАР задачи продемонстрировали сниженную СПМ по сравнению с задачами на сложную умственную арифметику не только в альфа, но и в широком бета сегменте осцилляторной активности мозга. Эти наблюдения согласуются с выводами Волтер [Walter и др., 2017] о синхронной депрессии альфа и нижнего бета ритмов над париетально-окципитальными электродами по мере увеличения когнитивной сложности задач. Однако есть работы, демонстрирующие обратные взаимоотношения альфа и бета ритмов [Kukleta и др., 2009].

В отношении бета колебаний верхнего и среднего диапазонов также отмечается более заметная СПМ для задач со сложной умственной арифметикой по сравнению с ПАР. Повышенная бета-активность в AP по сравнению с задачами ПАР может отражать содержание обработки информации. Исследования на людях и высших приматах показали, что бета-синхронизация может зависеть от содержания в зависимости от различных значений, внутренних правил выполнения задач и категорий стимулов [Spitzer, Naegens, 2017], [Buschman и др., 2012], [Roopun и др., 2006].

Можно также предположить, что эта разница обусловлена большей анксиогенностью сложных АР задач. Показано, что участники с более высокой математической тревожностью имеют тенденцию демонстрировать более интенсивные бета колебания [Liu и др., 2019].

Бета осцилляции могут рефлексировать потребность во повышенном внимании при решении сложных АР задач [Güntekin и др., 2013], а с учетом распространения этих отличий между АР и ПАР задачами над, преимущественно, левой височно-окципито-темпоральной областью можно высказать еще одно предполагаемое объяснение. Эта разница может отражать степень загрузки фонологической петли РП при решении АР задач. Одна из гипотез источника бета-ритма предполагает, что он генерируется локальными взаимодействиями между клетками, состоящими из пирамидальных петель: клетка - интернейрон или пирамидальные клетки пятого слоя, соединенные щелевыми соединениями [Spaak и др., 2012]. Посредством методов моделирования было показано, что бета-колебания облегчают меж- и внутривисочные нейронные взаимодействия, образуя субстрат для независимой от синаптической пластичности кратковременной памяти и корковых представлений стимулов, лежащих в основе функции РП [Kopell, Whittington, Kramer, 2011]. Необходимо отметить, что никаких корреляций между РП и результативностью решения АР задач выявлено не было, однако, это не означает отсутствия усиленной загрузки вербального компонента РП при решении АР задач по сравнению с ПАР, где умственная арифметика была проще.

Логично предположить, что когнитивные процессы высокого уровня, такие как логические, входящие в состав ПАР задач не нуждаются в таком количестве вербальных ресурсов РП, поэтому их СПМ ниже, чем у АР. Однако это не совсем согласуется с наличием отрицательной корреляции между ВР задач на арифметические последовательности и объемом фонологической петли РП.

Различий между задачами в тета диапазоне обнаружено не было.

### 4.2.3 Обсуждение результатов машинного обучения

Высокая точность распознавания задач по всей совокупности испытуемых, продемонстрированная в настоящем исследовании (от 77.35% до 84.23% в зависимости от типа сравнений), показала возможность использования ЭЭГ паттернов для классификации не только ВЕРБ заданий от математических, но и разные виды математических задач между собой. Наибольшую точность классификации продемонстрировали пары АР-ВЕРБ и ПАР-ВЕРБ. Несмотря на то, что оба типа математических задач активно задействуют вербальные когнитивные функции для удержания промежуточных результатов вычислений [Adams, Hitch, 1997] и формулирования правил, описывающих различные числовые последовательности [Chaouachi, Jraidi, Frasson, 2011], высокая точность их классификации от анаграмм, похоже, подтверждает гипотезу об уникальных паттернах ЭЭГ. Эти паттерны, связанные с нематематической языковой активностью, по всей видимости, отличаются от операций в умственной арифметике и это предположение находит свое подтверждение в литературе [Wilson, Fisher, 1995]. Затруднение распознавание типов математических задач, которое продемонстрировала пара АР-ПАР выглядит вполне ожидаемым.

Что касается различий в уровне классификации задач между изучаемыми группами участников, обращает на себя внимание, что статистически достоверная разница была получена только в аспекте ВЕРБ-ПАР задач, со значительно превышающим результатом для МГ (84.6%) против 78.04% для НМГ. Косвенно такая разница может свидетельствовать о том, что испытуемые-математики, вероятно, в меньшей степени, чем испытуемые-гуманитарии задействовали языковые системы при решении логико-арифметических задач.

Значимым в текущем исследовании является относительно удачная кросс-индивидуальная классификация задач. Результаты групповой классификации отражают тенденции индивидуальной, а именно, самая высокая точность классификации наблюдалась в паре ВЕРБ-АР для обеих групп (74.21% для МГ

и 74.00% для НМГ) и ВЕРБ-ПАР для математиков (72.49%). По остальным типам попарных сравнений точность классификации ненамного превышает уровень случайности. Несмотря на существенно более низкие показатели точности кросс-индивидуальной классификации, результаты выглядят вполне обнадеживающими и способны стимулировать дальнейшие исследования в этом направлении.

Точность классификации AP задач от ВЕРБ по всей совокупности испытуемых значимо зависела от поведенческих показателей и, в первую очередь, от качества решения AP задач. Но при анализе корреляций внутри каждой из групп было обнаружено, что внутри МГ точность распознавания задач не зависела от поведенческих показателей, в то время как внутри НМГ определялись сильные корреляции точности классификации с показателями результативности, а именно, чем лучше решали задачи испытуемые-гуманитарии, тем выше был уровень классификации. Кроме того, в НМГ обращает на себя внимание несоответствие между большим размером дисперсии поведенческих показателей и относительно малым размером дисперсии показателей точности классификации. Несмотря на высокую вариабельность поведенческих данных, хорошая классификация и ее низкая дисперсия служат дополнительным свидетельством в пользу использования спектральных паттернов ЭЭГ для выявления различных умственных операций не только на индивидуальном, но и на межиндивидуальном уровнях.

### **4.3 Обсуждения результатов основного исследования с использованием 128-канального электроэнцефалографа**

#### **4.3.1 Обсуждение результатов статистического анализа поведенческих данных**

Поведенческие результаты, полученные от испытуемых основного этапа исследования, мало отличаются от предыдущих: нет расхождений между задачами по параметру ПО, по параметру НО в обоих случаях анаграммы решались хуже, чем задачи на умственную арифметику и арифметические

последовательности, а по ВР статистика текущего этапа показала, что ВЕРБ решались быстрее не только АР задач, но и ПАР, а ПАР, в свою очередь, решались быстрее, чем АР. В обоих случаях не было никаких различий в объеме фонологической петли РП и поведенческих результатах между группами. В основном эксперименте не определялись статистически значимые корреляции между РП и результативностью участников.

Найденные между ВРГ и СРГ отличия по ПО и НО легко объяснимы и связаны со стратегией распределения всей выборки испытуемых на группы по результативности. Отнесение участника к той или иной группе основывалось на отношении к медиане усредненного ВР всей совокупности задач, то есть были приняты во внимание, как ПО, так и ВР.

#### **4.3.2 Обсуждение результатов статистического анализа ЭЭГ данных**

Выявлены многочисленные значимые различия между МГ и НМГ по записям ЭЭГ, полученным в ходе решения задач. В области верхнего тета ритма (6-8 Гц) обнаружены существенные различия между группами над височными и затылочными регионами. Тета ритм обеспечивает усиленную конфигурацию рабочего пространства во время решения задач, что гарантирует инвестирование большего количества различных интеллектуальных ресурсов и, как правило, позитивно коррелирует с результативностью, однако это касается, в основном, срединного фронтального тета ритма и распределенной тета-фронтально-париетальной сети [Zhang, Gan, Wang, 2015a], [Ishii и др., 2014], [Ratcliffe, Shapiro, Staresina, 2022], [Fairclough, Venables, Tattersall, 2005], [Mizuhara, Yamaguchi, 2007]. Обнаруженные нами кластеры касались различий между группами в мощности верхнего тета диапазона (6-8 Гц) над затылочной и височными областями с обеих сторон. Височная тета могла бы быть представлена, как гиппокампальная тета, которая активизируется в процессах извлечения из памяти [Buzsáki, 2006], однако пространство ЭЭГ датчиков содержат некоторые присущие им ложные корреляции. Поскольку объемная проводимость приводит к тому, что сигнал на каждом датчике представляет

собой смесь размытой активности из различных источников, то для более точных выводов об их анатомических местоположениях необходимо произвести реконструкцию источника [Bosch и др., 2018], выполнение которой не было предусмотрено текущим исследованием. Ранее сообщалось о связи затылочного тета-ритма с кодированием новой информации [Buzsáki, 2006], однако это не объясняет зафиксированной нами разницы в мощности тета ритма между МГ и НМГ в процессах решения задач. Не объясняет этого факта обнаруженная ранее связь между усилением затылочного тета ритма и ухудшением результативности выполнения когнитивных задач [Beatty и др., 1974], поскольку никаких поведенческих отличий между группами обнаружено не было. Однако, если принять во внимание, что в ряде работ колебания с частотой 7-12 Гц считаются альфа-осцилляциями [Базанова, 2011], [Иваницкий, 1997a], [Nunez, Wingeier, Silberstein, 2001], [Новикова С.И., 2015], то в рассматриваемом диапазоне (6-8 Гц) наблюдается некоторое перекрытие частот и диапазон 6-8 Гц, можно рассматривать, как, преимущественно, альфа-частотный [Новикова С.И., 2015], [Klimesch и др., 1997b], [Klimesch и др., 1997a].

Считается, что альфа ритм синхронизируется при закрытии глаз, отражая пассивную инактивацию нейронов зрительной коры в отсутствии сенсорного входа [Liu и др., 2012], [Базанова, 2011], [Buzsáki, 2006]. Помимо зрительной стимуляции депрессию альфа ритма вызывает когнитивная нагрузка или фокусировка внимания на каком-либо стимуле [Hanslmayr и др., 2007], [Новикова С.И., 2015], [Artemenko и др., 2019], [Hinault, Lemaire, 2016], в то же время, было установлено, что если умственная активность продолжается, то альфа ритм восстанавливается [Steriade и др., 1990]. Среди функций синхронизированного альфа ритма выделяют активную селективную блокировку нерелевантной информации [Uusberg и др., 2013], [Magosso, Ricci, Ursino, 2021], что обуславливает его тесную связь с процессами внимания. Помимо альфа изменений, связанных с внешним вниманием, сообщалось об усилении альфа ритма в задачах, требующих внутреннего внимания и его

положительной корреляцией с нагрузкой на память [Magosso, Ricci, Ursino, 2021]. Внешне ориентированное внимание направлено на стимулы в окружающей среде и может быть обусловлено требованием задачи фокусироваться, например, на определенной точке пространства, фигуре, объекте или на характеристике сенсорного стимула. Внешнее внимание также может быть захвачено событием в окружающем пространстве [Magosso, Ricci, Ursino, 2021]. Внутренне ориентированное внимание направлено от внешней стимуляции к внутренним представлениям и мыслям. Внутренне направленное внимание может касаться эпизодического извлечения из памяти, использования РП, планирования, мысленных образов, мысленных расчетов [Chun, Golomb, Turk-Browne, 2011]. Предполагалось, что альфа ритм таким образом выполняет функцию защиты сохранения оперативной информации от потенциального внешнего вторжения [Busch, Herrmann, 2003]. В исследовании, проведенном Magosso и коллегами [Magosso, Ricci, Ursino, 2021] снижение альфа мощности было зафиксировано только в задачах внешнего визуального внимания, связанных с рассматриванием картинок на мониторе. Когда задача связана с высоким внешним вниманием для обнаружения сложного визуального сигнала в окружающей среде альфа мощность снижается, особенно в двусторонних затылочных областях, чтобы улучшить визуальную обработку [Copa и др., 2020]. При выполнении когнитивных задач с параллельно предоставляемым отвлекающим действием картинок (то есть в ситуации внутренней и внешней конкуренции) альфа мощность принимала значения, близкие к состоянию покоя, отражая снижение визуальной вовлеченности [Magosso, Ricci, Ursino, 2021]. В литературе обнаруживаются и другие работы, продемонстрировавшие, что альфа-активность действительно может увеличиваться с когнитивной нагрузкой и во время использования РП в отсутствие визуальных стимулов [Jensen, 2002], [Scheeringa и др., 2009], [Haegens и др., 2009], [Khader и др., 2010]. Было показано, что высокий альфа ритм (10-12 Гц), в большей степени, связан с семантическим анализом [Binder и др., 2009], в то время, как с процессами внимания аффилированы низкочастотные компоненты альфа ритма

[Новикова С.И., 2015], [Klimesch и др., 1997b], [Klimesch и др., 1997a]. Таким образом, если осцилляции на частотах 6-8 Гц рассматривать как нижний уровень альфа диапазона, то усиленная СПМ этих колебаний в затылочной и височных областях может свидетельствовать о высокой способности к фокусировке внимания и к внутренней концентрации.

Максимальные различия между МГ и НМГ наблюдались в полосе бета частот. Ранее была отмечена связь бета волн со спокойной сфокусированной и интровертной концентрацией [Abhang, Gawali, Mehrotra, 2016], что хорошо согласуется с выдвинутым выше предположением на основе анализа активности в диапазоне 6-8 Гц о высокой способности математиков к сосредоточению.

Кластеры, соответствующие разному типу профессиональной специализации участников МГ и НМГ по фоновым записям не выявлены. Также не обнаружены кластеры между испытуемыми, разделенными на группы на основании критерия успешности (ВРГ и СРГ), что на фоне достаточно широких спектральных различий между МГ и НМГ выглядит труднообъяснимым.

### **4.3.3 Обсуждение результатов машинного обучения по данным 128-канального регистратора**

Все использованных в работе способа классификации данных показали стабильно высокие результаты, по обоим метрикам: точность классификации и ROC-AUC. Показатель точности классификации, несмотря на то, что он является наиболее распространенным среди исследователей, как правило, используется не самостоятельно, а в сочетании с другими параметрами, наиболее популярным среди которых является ROC-AUC [Zhu, Zeng, Wang, 2010]. ROC-AUC считается не только устойчивым к влиянию различных субъективных факторов показателем, но и не чувствительным к неравномерному распределению в обучающем наборе данных [Aguilar и др.,

2021], что делает его надежным, самым комплексным и информативным методом оценки качества классификаторов [Дудченко, 2018].

Большинство из предлагаемых НКИ являются специфичными для индивидуума [Saha и др., 2017]. В силу высоких индивидуальных вариаций в ритмической деятельности мозга такая задача хоть и представляет высокий практический интерес [Giedd, Rapoport, 2010], [Saha и др., 2017], но считается трудноразрешимой [Zeng и др., 2021]. В литературе обнаружены скудные данные о работах, где тестовые и тренинговые выборки принадлежали разным людям, и они не касались распознавания типов когнитивной деятельности. Был разработан кросс-субъектный классификатор на основе CSP с точностью до 75,30% распознававший два ментальных состояния: эмоцию счастья и воображение движения [Ray и др., 2015]. М.Рана и коллеги [Rana и др., 2013] разработали набор инструментов для реализации в реальном времени межсубъектной классификации P300 в парадигме правописания. Carryl L. Baldwin с коллегами использовали многослойный перцептрон с 20-ю скрытыми слоями для распознавания уровня рабочей нагрузки, обучая классификатор на задачах одного типа, а тестируя на задачах другого типа, однако полученные результаты оказались «разочаровывающе неточными» [Baldwin, Penaranda, 2012]. В 2021 году была опубликована работа, посвященная способности генеративных состязательных сетей производить кросс-субъектную классификацию усталости с высокой результативностью, до 91,63 % [Zeng и др., 2021]. На основе CSP был разработан классификатор, продемонстрировавший, что наивные пользователи могут начать использовать НКИ в отношении воображения движений в реальном времени без какой-либо индивидуальной калибровки с незначительной потерей производительности [Fazli и др., 2009]. Работ, посвященных распознаванию индивидуумов по паттернам ЭЭГ в литературе обнаружено не было. Используемые в текущем исследовании современные методы классификации успешно продемонстрировали потенциальную возможность ее проведения. Было показано, что несмотря на высокую индивидуальную вариабельность

электрических паттернов мозга, у людей, занимающихся сходными видами деятельности возможно формирование общих ритмических тенденций, которые могут быть выявлены современными статистическими методами.

Уровень классификации испытуемых МГ и НМГ не зависел от условий, за исключением состояния спокойного бодрствования, где значения точности классификации и AUC драматически падали. ANOVA также не показала статистических различий между использованными методами классификации. В таком случае для целей нейрофизиологических исследований преимущество, пожалуй, стоит отдавать интерпретируемым методам, таким, как, например, логистическая регрессия с КПФ, поскольку и метод классификации, и способ получения входных данных используют линейные методы, являющиеся наиболее адекватными для создания интерпретируемой картины.

Применение линейного метода контролируемой пространственной фильтрации позволяет решить задачу обратной реконструкции [Haufe и др., 2014] и получить статистически надежную информацию о локализации сигнала, необходимого для успешного распознавания на основе CSP.

Обращает на себя внимание высокая роль небольшого участка теменной области справа для распознавания участников МГ и НМГ при решении математических задач, см рисунок 17. Представление чисел во время вычисления связано с правой внутрипарияльной бороздой, тогда как поиск арифметических фактов связан с левой угловой извилиной [Delazer и др., 2005], [Rivera и др., 2005]. С помощью фМРТ исследований было показано, что двусторонние теменные доли больше активизируются при расчетах методом аппроксимации, нежели точным расчетом, что совместимо с гипотезой о том, что приблизительный расчет включает представление числовых величин, аналогичных пространственной числовой линии и это демонстрирует, что сам расчет, а не только решение, выполняется с использованием различных схем [Dehaene, 1999]. Операции, которые требуют извлечения арифметических фактов, хранящихся в механической вербальной памяти, такие, как, например, умножение, в основном вызывают активацию левой угловой извилины, в то же

время операции, требующие подлинного числового вычисления, представления количеств связаны с активацией теменной коры [Ishii и др., 2014]. Некоторые исследования показывают, что повышение арифметических навыков приводит к переходу от префронтальной и более общей лобной активности к активации в двух областях теменной области: правой интрапариетальной борозде и левой угловой извилине. Это отражает переход от использования общих когнитивных способностей, включая планирование, выбор стратегий и рабочую память, которые связаны с лобными областями, к представлению чисел во время вычисления и поиска арифметических фактов [Alnajashi, 2021]. Было продемонстрировано, что во время решения математических задач математически одаренные подростки показали дополнительное участие по сравнению с субъектами средних способностей правой нижней теменной доли [Desco и др., 2011]. Полученные в настоящей работе результаты хорошо сочетаются с литературными данными. Выявленный интерпретационными методами небольшой участок в правой теменной доле может свидетельствовать о том, что испытуемые МГ и НМГ существенно отличаются между собой, вероятно, по способу математической обработки, по математическому опыту и, возможно, по математическим способностям.

Несмотря на нелинейность спектральных характеристик сигнала и нелинейность метода, использованного для их распознавания (АГБ), SHAP – метод позволяет получить информацию о значимых признаках для классификации, а возможность выделить из общего набора признаков наиболее важных, позволяет сделать надежные выводы о различиях в мощности спектров между изучаемыми группами. Тридцать наиболее важных признаков для классификации показали, что основное отличие участников МГ и НМГ, прослеживаемое во время всех экспериментальных условий, включая состояние покоя касается ритмической активности мозга над фронтальными областями на уровне среднего и верхнего бета диапазонов (16-20 Гц и 20-24 Гц) и на уровне тета ритма (4-8 Гц), см рисунки: 20, 21, 22, 25.

Бета ритм во фронтальных областях тесно связан с процессами исполнительного контроля РП [Sherfey и др., 2020]. Относящиеся к задаче элементы РП, часто отображаемые на бета- и гамма частотах могут поддерживать выборочный вывод элементов РП [Lundqvist и др., 2018], [Bastos и др., 2018]. Выбранные элементы затем будут доступны в колебательном состоянии для считывания в подкорковых структурах и участия в последующей обработке [Sherfey и др., 2020]. Данные моделирования показали, что бета-колебания облегчают меж- и внутрилaminарные нейронные взаимодействия, образуя субстрат для независимой от синаптической пластичности кратковременной памяти и кортикальных представлений стимулов, лежащих в основе функции РП [Kopell, Whittington, Kramer, 2011].

Фронтальный тета ритм ряд исследователей связывают с целенаправленной обработкой внимания [Ishii и др., 2014], [Fairclough, Venables, Tattersall, 2005], [Sasaki, 1996]. Другие исследователи полагают, что синхронизация тета-фазы больше связана с исполнительной функцией РП, нежели с контролем внимания [Mizuhara, Yamaguchi, 2007]. В избирательно распределенной тета системе мозга фронтальный тета ритм выполняет функцию управления реакцией на события и может быть интерпретирована как функциональный признак гиппокампадно-лобно-теменной системы нейронных связей в когнитивных процессах [Zhang, Gan, Wang, 2015a]. Было показано, что фронтальный срединный тета ритм предсказывает последующее переключение поведения [Cavanagh, Frank, 2014]. Во многих работах говорилось, что увеличение фронтального тета-ритма наблюдалось в ментальной арифметике, связанной с необходимостью обновления, организации переключения между ментальными стратегиями и хранения онлайн-информации о нескольких элементах для их обработки и извлечения из памяти [Ishii и др., 2014], [Mizuhara и др., 2004], [Mizuhara, Yamaguchi, 2007], [Swanson, Beebe-Frankenberger, 2004], [Baddeley, Logie, 1999], [Ishii и др., 2014]. Во время решения математических задач математически одаренные подростки демонстрировали усиление локальности в узлах медиального и правого

фронтального модулей, что способствовало, по мнению авторов работы, повышению эффективности местного обмена информацией и фасилитации объединения различных мыслей, возникающих в результате математического мышления и творческих мыслительных процессов [Zhang, Gan, Wang, 2015a]. В то же время отмечено, что тета-фазовая синхронизация чаще обнаруживается во время вычислений, нежели в состоянии покоя [Mizuhara и др., 2004].

При решении математических задач обращает на себя внимание появление в бета диапазоне наиболее значимых признаков для классификации испытуемых МГ и НМГ в задних отделах мозга. Было показано, что во время восприятия и вычисления чисел систематически активируются париетальные области справа [Amalric, Dehaene, 2016], [Friedrich, Friederici, 2013]. Височно-затылочные области участвуют в процессе визуальной обработки символической числовой информации, изначально арабские цифры воспринимаются в двусторонних задних затылочно–височных областях [Anzalone и др., 2020], [Peters, Smedt De, 2018], [Dehaene, Cohen, 1995], [Byrnes, 2008], специфическая роль этой области в арифметике не изучена достаточно подробно [Peters, Smedt De, 2018]. Височные доли с двух сторон, как отмечалось участвуют в когнитивных процессах, связанных с успеваемостью по математике [Anzalone и др., 2020]. ПЭТ исследование показало, что скорость метаболизма глюкозы коры головного мозга в области височной доли математически одаренных мальчиков положительно коррелировала с математической способностью рассуждать, при этом преобладала активация правого полушария [Haier, Benbow, 1995]. Отмечено, что правая височная область в значительной степени участвует в нейронной эффективности математически одаренного мозга [Zhang, Gan, Wang, 2015b].

Очевидно, что паттерны и значимые признаки классификации могут оказать неоценимую услугу при определении пространственных источников различий между испытуемыми МГ и НМГ, причем линейный подход обеспечивает более высокую информативность, что согласуется с литературными данными [Haufe и др., 2014], [Sabbagh и др., 2020], однако с их

помощью получить информацию о связи изменений в СПМ с математическими способностями или компетенциями не представляется возможным.

#### **4.4 Итоговое обсуждение поведенческих и электроэнцефалографических различий между испытуемыми по результатам инструментальных этапов исследования**

Поведенческие результаты испытуемых, принимавших участие в этапах исследования, связанных с использованием ЭЭГ в целом совпадают, за исключением большего количества ПО на ПАР задачи в МГ на этапе пилотного исследования. Также не было обнаружено различий в вербальном компоненте РП между испытуемыми-математиками и испытуемыми-гуманитариями. Подобная повторяемость наблюдений может свидетельствовать о приблизительно равномерном формировании групп испытуемых с точки зрения уровня общего интеллекта.

Для статистического анализа отличий в паттернах ЭЭГ между группами испытуемых был применен кластерный тест перестановок. Кластерный пермутационный тест на данных 19-канального регистратора ЭЭГ показал различия между МГ и НМГ при решении АР задач в области центрального, правостороннего фронтального и срединно-фронтального тета ритмов (4-8 Гц). Эти различия, согласно литературным источникам, предположительно, связаны с математическими способностями. Однако, необходимо учесть, что упомянутые результаты были получены на школьниках среднего и старшего подросткового возрастов, а на образованных взрослых подобного рода исследования практически не проводились. При проведении кластерного пермутационного теста по данным 128-канального регистратора ЭЭГ также были получены кластеры в области тета ритма, а именно, в его верхнем диапазоне (6-8 Гц), но в височных и затылочных регионах и при решении всех типов задач. Одним из возможных объяснений может быть смещение альфа пика в сторону меньшей частоты в когорте испытуемых второй серии инструментальных исследований и, в таком случае, подобное различие между

МГ и НМГ, вероятно, связано с уровнем внутренней концентрации и фокусировки внимания. Максимальные различия между группами, разделенными по критерию наличия профессионального математического образования, находились в полосе средних (16-20 Гц) и верхних (20-24 Гц) бета осцилляций и также определялись при решении всех трех типов задач. Отмеченная ранее связь бета волн со спокойной сфокусированной и интровертной концентрацией [Abhang, Gawali, Mehrotra, 2016] хорошо согласуется с предположением о высокой способности математиков к сосредоточению.

Не было выявлено никаких различий между МГ и НМГ по фоновым записям с 128 канального ЭЭГ, в то время, как по фоновым данным 19-канального регистратора были получены значимые кластеры в тета диапазоне (4-8 Гц) над центральными и правофронтальными отделами мозга.

Все электроэнцефалографические различия, обнаруженные между МГ и НМГ в текущем исследовании, могут быть связаны не только с ожидаемо выраженными математическими способностями у участников МГ, но и с фактом получения ими профессионального математического образования и, соответственно, формирования специфических мыслительных паттернов, проявляющихся даже в состоянии спокойного бодрствования без всякого когнитивного стимула. В пользу этого суждения говорит реплицируемая в двух независимых сериях эксперимента поведенческая картина, характеризующаяся отсутствием существенных межгрупповых различий и логичное предположение о существовании корреляций мозговых ритмов со спецификой высшего профессионального образования. Чтобы пролить свет на этот вопрос 26 испытуемых третьей серии исследования были перегруппированы на основе критерия результативности в решении экспериментальных задач вне всякой связи с образовательным фактором. Пермутационный тест не выявил никаких кластеров, связанных с уровнем результативности.

Результаты пермутационного кластерного теста, проведенного на спектрах, полученных разными инструментальными методами (19- и 128

канальные ЭЭГ) и собранных с разных выборок испытуемых не оказались реплицируемы. Это может быть связано с разными факторами, включая, высокую индивидуальную вариабельность участников, разный уровень размерности данных, различный способ предобработки ЭЭГ. Так для анализа данных 19-канального ЭЭГ использовались спектральные значения первых 16 секунд процесса решения задачи и 10-секундный фоновые эпохи, а для 128-канального регистратора – 2-секундные эпохи для всех условий, при этом первые 5 секунд решения задач были удалены из анализа. Более того, свойства самого пермутационного кластерного теста обуславливают сложность толкования его результатов. Привлекательность кластерных тестов перестановок связана с их способностью к локализации эффектов в пространстве, частоте и времени, однако эту функцию переоценивать нельзя, поскольку они не контролируют частоту ложных срабатываний на уровнях канала, частоты или времени, следовательно они ограничивают вероятностные утверждения об эффектах на этих уровнях [Sassenhagen, Draschkow, 2019].

Подходы к разделению классов, используемые в машинном обучении обращаются к совершенно иным математическим техникам. Успешная классификация испытуемых на основании специфики образования и провал в распознавании ВРГ и СРГ могли бы быть дополнительными аргументами в предположении о существовании специфических ритмических паттернов, ассоциированных с математическим характером профессионального образования, а интерпретационные техники могли бы предоставить дополнительную информацию об их характере. Три подхода к классификации испытуемых по данным 128-канального ЭЭГ с полной сепарацией тренинговой и тестовой выборок были использованы в текущем исследовании. Несмотря на индивидуальную вариабельность паттернов ЭЭГ, все три метода показали стабильно высокие результаты распознавания МГ и НМГ по записям ЭЭГ во время решения задач: Light Gradient Boosting Machine на основе СПМ и логистическая регрессия с Supervised Projection и Riemann Projection на основе CSP. Хотя интерпретационный потенциал выше у линейных методов, с учетом

многokратно доказанной связи спектрального рисунка мозга и характера мыслительной деятельности человека наибольший интерес с толковательной точки зрения, представлял нелинейный алгоритм градиентного бустинга, работающий на нелинейных спектральных мощностях, интерпретировать результаты которого позволяет SHAP-метод. По этой причине для проведения классификации испытуемых ВРГ и СРГ для всех условий и по фоновым данным испытуемых МГ и НМГ был избран LightGBM-подход. Было обнаружено, что на точность распознавания МГ и НМГ по фоновым данным оказывает влияние результативность в решении задач. Показатели качества классификации полной выборки МГ и НМГ, а также среднерезультативных МГ и НМГ по фоновым данным были на уровне случайного или ниже, в то время, как высокорезультативные испытуемые МГ и НМГ были распознаны на достаточно хорошем уровне, см рисунок 23. Методами машинного обучения, также, как и стандартными статистическими тестами не выявлено различий между испытуемыми, разделенными на группы по критерию результативности.

С помощью SHAP-метода были выделены 30 наиболее важных признака для классификации испытуемых МГ и НМГ для каждого из 4-х условий, включая состояние спокойного бодрствования. Результаты интерпретации алгоритма градиентного бустинга были сопоставлены с результатами пермутационных кластерных тестов, см рис. 26.

Через весь пласт информации, связанной с дифференциацией МГ и НМГ, полученной в различных условиях, посредством различного оборудования, различных методов математической обработки и для различных участников исследования, сквозным нарративом проходят фронтальный и височно-париетальный бета и, в меньшей степени, фронтальный тета ритмы. Эти результаты хорошо согласуются с данными литературы, свидетельствующие о связи фронто-париетальных сетей с феноменом математического мышления.

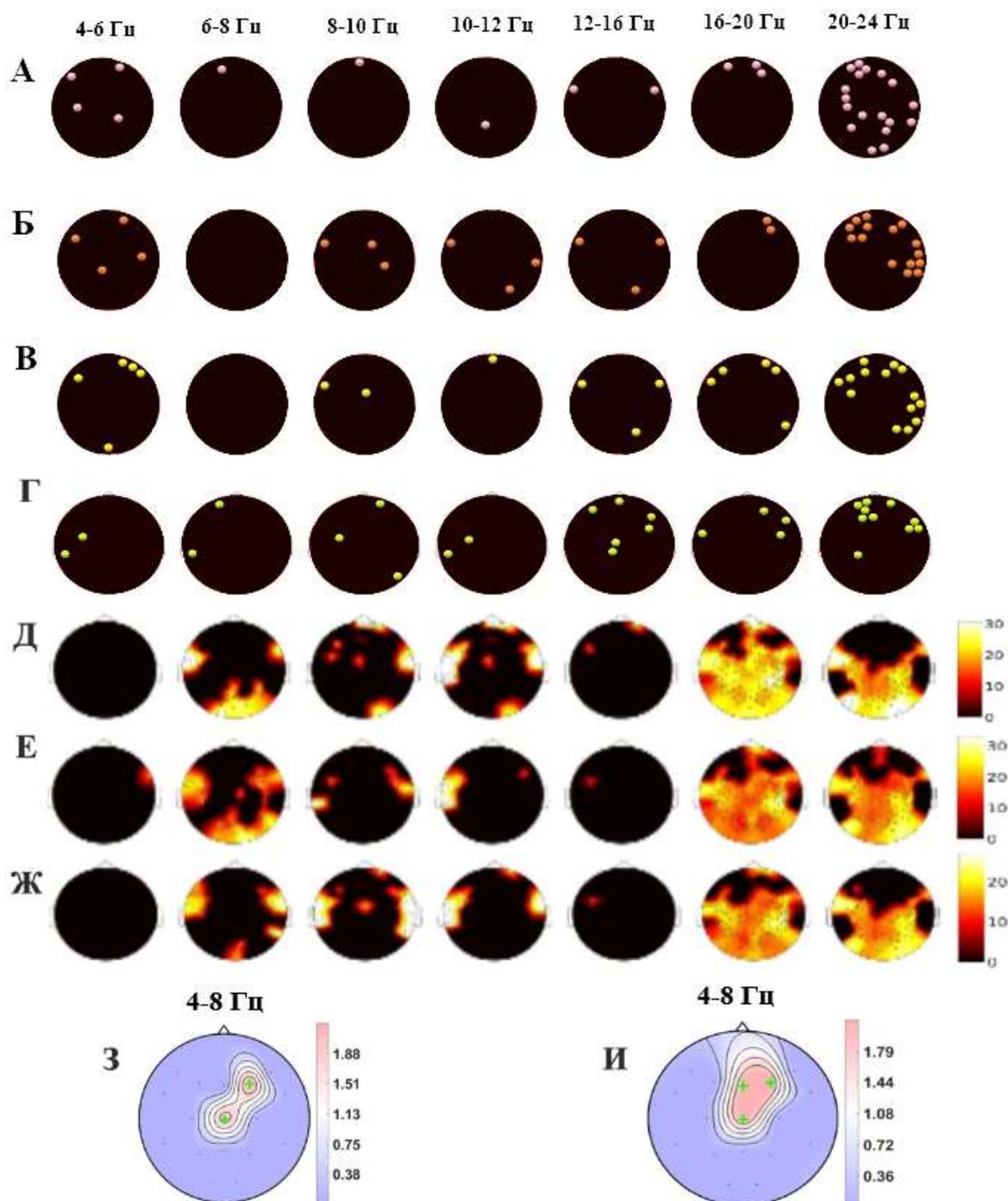


Рисунок 26. Скомпилированное изображение результатов сравнения электрической активности мозга испытуемых МГ и НМГ: схематичное изображение проекции 30-ти наиболее значимых признаков для классификации ЭЭГ паттернов, полученных посредством 128 канального усилителя (А-Г); результаты кластерного пермутационного теста по данным 128 канального ЭЭГ (Д-Ж); результаты кластерного пермутационного теста по данным 19 канального ЭЭГ (З-И). Условия: ВЕРБ задачи (А, Д); АР задачи (Б, Е, И); ПАР задачи (В, Ж); фон (Г, З). Крестообразными метками зеленого цвета на рисунках (З, И) отмечены каналы, над которыми усредненная СПМ у МГ преобладала над НМГ ( $p < 0.05$ ). Цветовая шкала справа указывает на значения Wilcoxon Z-value.

Как правило, эти сети активизируются во время решения математических задач и ассоциируется с математическими способностями у детей и подростков [Zhang, Gan, Wang, 2015a], [Soltanlou и др., 2018]. Предполагается, что вариации в распределенной сети теменно-фронтальной интеграции могут предсказывать индивидуальные различия в интеллекте и способности рассуждать [Jung, Haier, 2007].

Результаты текущего исследования показали, что не только у подростков могут наблюдаться различия в активности этой сети, но и у здоровых хорошо-образованных взрослых во время решения когнитивных задач и даже в покое, что предположительно может быть связано с различным уровнем математических способностей. Однако, принимая во внимание отсутствие превосходства испытуемых МГ в поведенческих результатах и полное отсутствие нейрофизиологических различий между ВРГ и СРГ, напрашивается предположение о связи наблюдаемых явлений, в первую очередь, с профессиональной математической подготовкой, отражающейся, вероятно, в определенных мыслительных паттернах. Особенности восприятия числовых величин, исполнительных процедур, способности к глубокому внутреннему сосредоточению активно развиваются в процессе углубленной многолетней математической практики и могут находить свое отражение в соответствующих паттернах мозговой активности.

### **Заключение**

В настоящей работе была предпринята попытка многостороннего рассмотрения механизма математического мышления и с этой целью было осуществлено трехэтапное изучение феноменов математического мышления и математических компетенций. Используемая в исследовании ЭЭГ позволяет изучить когнитивные процессы в динамике и в силу своей простоты, дешевизны и хорошей математической интерпретируемости является широко применяемым методом в когнитивной науке.

В настоящей работе впервые были проанализированы паттерны электрической активности мозга, связанные с ментально схожими задачами, в том числе разными типами математических задач и, что более важно, были проанализированы паттерны электрической активности мозга, ассоциированные с различным типом образования. Испытуемые, принимавшие участие в исследовании были разделены на две группы в соответствии с наличием математического или гуманитарного образования.

Поведенческие результаты испытуемых, принимавших участие в инструментальных экспериментальных сериях, в целом, реплицируемы и характеризуются минимальными отличиями между МГ и НМГ. Проведенное исследование ставит под сомнение ключевую роль фонологического домена РП в процессах математической обработки у взрослых образованных людей.

Результаты подготовительного этапа показали несколько иную картину, но производить сравнение нерелевантно. Необходимо учесть, что целью подготовительного этапа исследования был подбор задач, выработка стратегии комплектования групп и формирование оптимальной парадигмы эксперимента. Это определило естественные отличия между этапами в экспериментальной процедуре, стимульных материалах и стратегии формирования групп: задачи подготовительного этапа не были идентичны пилотному и основному; на решение задач отводилось 60 секунд, а не 40; количество задач в подготовительном исследовании существенно превышало таковое в остальных двух и подбор испытуемых не был достаточно строг, а именно, при отборе участников подготовительного этапа не принималась в расчет школьная успеваемость, в том числе и по математике. Последний факт, вероятно, объясняет более широкие поведенческие различия между группами, продемонстрированные участниками подготовительного этапа.

Обращает на себя внимание, как отсутствие различий в вербальном компоненте РП между группами, так и отсутствие каких-либо корреляций фонологической петли с такими показателями результативности, как ПО и НО. Обнаружилась лишь сильная корреляция между РП и ВР арифметических

последовательностей в МГ пилотного этапа. Подобные наблюдения ставят под сомнение предположение о ключевой роли вербального компонента в математических вычислениях, в том числе и связанных с математической логикой. Ряд исследований показали, что семантическая сеть менее важна для арифметических вычислений; пациенты с семантической деменцией, как правило, сохраняют числовую обработку [Butterworth, Cappelletti, Kopelman, 2001], [Cappelletti, Butterworth, Kopelman, 2001], [Cappelletti и др., 2005], [Diesfeldt, 1993]. Или же семантическая сеть не ограничивается обработкой словесных символов, а вместо этого обрабатывает арабские цифры, геометрические фигуры и, возможно, искусственные символы, в целом [Zhou и др., 2018].

Посредством пермутационного теста статистически значимые отличия между ЭЭГ паттернами, ассоциированными с типами решаемых задач, были выявлены в широком диапазоне частот при анализе 19-канальной ЭЭГ. Эти отличия вполне согласуются с литературными данными и высоким уровнем индивидуальной классификации задач (средняя точность классификации в отдельных случаях превышала 90%) и кросс-индивидуальной с максимальным усредненным результатом в 74,21%. Высокие результаты классификации задач и обнаружение статистически значимых отличий между ними по данным 19-канального регистратора были сочтены достаточными основаниями для подтверждения гипотезы не только о наличии статистически выявляемой взаимосвязи между ритмическими паттернами биоэлектрической активности мозга и типами мыслительной деятельности, но и существовании специфической ритмической активности для сложных задач, задействующих смежные когнитивные механизмы. Сходство использованных в исследовании сложных для умственных манипуляций задач обусловлено наличием существенного фонологического компонента, связанного с внутренней речью и семантическими процессами и гораздо более выражено для задач сложной умственной арифметики и арифметических прогрессий, отличающихся лишь наличием математической логики в ПАР задачах.

Предполагалось, что испытуемые МГ и НМГ должны обладать разным уровнем математических способностей, что, вероятно, определяло их профессиональный выбор и, соответственно ожидалось, что они покажут разную результативность выполнения задач. Однако, поведенческие результаты двух серий экспериментов, сопряженных с инструментальными методами, не показали значимых отличий между испытуемыми с математическим и гуманитарным типом образования. Более того, несмотря на то, что неоднократно были показаны достоверные отличия в электрической деятельности мозга испытуемых МГ и НМГ во время решения задач и в покое (пермутационный тест по данным 19-канального ЭЭГ, пермутационный тест по данным 128 канального ЭЭГ и три разных метода машинного обучения), различий между высокорезультативными и менее результативными участниками исследования (обе группы включали специалистов как в математической сфере, так и в гуманитарной) продемонстрировано не было. Принимая во внимание указанные факты, было выдвинуто предположение о связи обнаруженных различий в электрической активности мозга, скорее с математическим профессионализмом, чем со способностями в математической или в технической сферах.

Применение 128-канального усилителя в текущем исследовании преследовало амбициозную цель не только обнаружения различий в ЭЭГ паттернах двух групп здоровых испытуемых, обладающих разной спецификой образования, но и проведение групповой классификации, связанной с преодолением существенной индивидуальной вариабельности электрической активности мозга. Последнее явилось бы косвенным подтверждением гипотезы о влиянии долговременного математического опыта на ритмическую деятельность мозга.

Несмотря на то, что пермутационный тест по данным 128 канального ЭЭГ показал максимальные различия в тета- и бета-диапазонах, что вполне согласуется с результатами других методик, использованных в текущем исследовании, с точки зрения локализаций изменений им были

продемонстрированы довольно противоречивые результаты. Это несоответствие может объясняться не только индивидуальными особенностями участников исследования и различными методами подготовки к спектральному анализу, но и нелинейным характером спектров и техническими ограничениями самого кластерного теста перестановок. В таких условиях ключевое значение приобретают алгоритмы машинного обучения, поскольку они позволяют статистически достоверно определить наличие различий между группами даже в случае данных высокой размерности и зашумленности, более того, ряд техник машинного обучения позволяет визуализировать веса классификаторов и получить информацию о значимых регионах и частотах. В то же время полученные паттерны и значимые для классификатора признаки не позволяют делать вывод о конкретных отличиях между группами в тех или иных диапазонах или областях мозга, а лишь о том, что в отмеченных проекциях и частотах эти различия, очевидно, существуют.

Результаты проведенного исследования, совместно с литературными данными позволили выдвинуть предположение о существовании специфических математических фронто-париетальных сетях, функционирующих в тета и бета диапазонах, ассоциированных не только с математическими способностями и процессами математической обработки, но и углубленным математическим опытом и навыками. Эти сети могут быть связаны с деятельностью исполнительного контроля РП, специфической обработкой численных образов, быстрой интеграцией пространственно разделенных областей мозга и пр. В то же время, полученных результатов недостаточно для формирования заключения об истоках поведенческих и нейрофизиологических различий между специалистами в математической и гуманитарной сферах: являются ли они генетически обусловленными или проистекают из многолетней математической практики.

Текущее исследование впервые продемонстрировало успешную классификацию испытуемых по СПМ с точностью распознавания, превышающей 80%. Преодоление барьера индивидуальных вариаций

ритмической деятельности мозга – это необходимый шаг на пути развития мозго-машинного взаимодействия, позволяющий оптимизировать работу НКИ, значимо сокращая время, требуемое для калибровки ИИ. Отработанные методики классификации могут быть применены для продолжения изучения феномена математического мышления и, возможно, для улучшения качества математического образования.

Методы интерпретации весов классификации не только оказывают содействие в фундаментальных исследованиях, но и потенциально могут существенно облегчить процедуру исследования. Благодаря локализации значимых признаков классификации длительный процесс наложения электродного шлема с последующей сложной математической обработкой теоретически может быть значительно упрощен.

Необходимо отметить следующие ограничения настоящего исследования: небольшой объем выборок; индивидуальные различия в ритмической деятельности мозга, которые могли отразиться на полученных результатах; ограничения кластерного пермутационного теста; ограничения в интерпретации результатов классификации, связанные с нелинейным характером спектров.

Автор выражает глубокую признательность научному руководителю, к.б.н. Мартыновой Ольге Владимировне за поддержку, помощь в организации исследования, рекомендации, комментарии, критические замечания; инженеру Кашеваровой Ольге Дмитриевне и м.н.с. Михееву Илье Николаевичу за оказанное содействие в анализе данных; к.б.н. Левкович Кристине Михайловне за помощь в организации и проведении экспериментов и всему коллективу лаборатории Высшей Нервной Деятельности человека.

### **Выводы:**

1. Влияние фонологической петли РП у лиц, обладающих высокими академическими способностями, ограничено и не вносит существенного вклада в решение математических задач. Разницы в объеме фонологической петли РП между группами не выявлено. Не было выявлено статистически значимых корреляций между объемом вербального компонента РП и поведенческими показателями на основном этапе исследования.

2. Математические задачи, с присущим им логическим компонентом, отличаются не только от вербальных, но и от задач сложной умственной арифметики и характеризуются определенным ритмическим паттерном. При анализе мощности спектров 19-канальной ЭЭГ наиболее значительная разница выявилась между АР и ЛАР задачами, которая характеризовалась распространенным преобладанием электрической активности мозга при решении АР задач в широком диапазоне альфа и бета осцилляций.

3. Паттерны специфической ритмической активности фронто-париетальных областей мозга в тета и бета диапазонах связаны не только с математическими способностями и процессом математической обработки данных, о чем свидетельствуют проведенные ранее исследования на детях и подростках, но и с профессиональными долговременными занятиями математикой у взрослых, и это выявляется посредством стандартных статистических методов и методов машинного обучения в данном исследовании.

4. Несмотря на высокую индивидуальную вариативность мозговой ритмической деятельности, современные математические методы машинного обучения позволяют проводить надежную классификацию на кросс-индивидуальном уровне, и не только различных когнитивных процессов, но и индивидуумов, формируя при этом паттерны и значимые признаки классификации, интерпретируемые биологически и согласующиеся с уже известными фактами.

**Список сокращений и условных обозначений**

GBDT - Gradient Boosting Decision Tree

GBM - Gradient Boosting Machine

ICA - Independent Component Analysis

LightGBM - Light Gradient Boosting Machine

LSP - Linear Model with Supervised Projection

LRP - Linear Model with Riemann Projection

ROC-AUC - Receiver Operating Characteristic Curve and Area Under the Curve

SHAP - Shapley Additive Explanations

АПФ - алгоритм пространственной фильтрации

АР – арифметические

ВЕРБ – вербальные

ВР – время решения правильно решенных задач

ВРГ - высоко-результативная группа

ВУЗ – высшее учебное заведение

ИНС – искусственная нейросеть

ИПБ - интрапариетальная борозда

КАР - комбинаторно-арифметические

КПФ – контролируемая пространственная фильтрация

ЛАР – логико-арифметические

МГ – математическая группа

МОВ – метод опорных векторов

МЭГ – магнитоэнцефалография

НКИ - нейрокомпьютерный интерфейс

НМГ - нематематическая группа

НО - количество задач, ответы на которые не были получены

ПАР – последовательности арифметические

ПБ – поле Бродмана

ПО - количество правильных ответов

ПЭТ – позитронно-эмиссионная томография

РП -рабочая память

СПМ - спектральная плотность мощности

СРГ - средне-результативная группа

фМРТ – функциональная магниторезонансная томография

ЦИС – центральная исполнительная система

ЦНС - центральная нервная система

ЭОГ – электроокулограмма

ЭЭГ – электроэнцефалография

**Список литературы**

1. Arsalidou M. и др. Brain areas associated with numbers and calculations in children: Meta-analyses of fMRI studies // *Dev. Cogn. Neurosci.* 2018. Т. 30. С. 239–250.
2. Abhang P. A., Gawali B. W., Mehrotra S. Introduction to EEG- and Speech-Based Emotion Recognition. , 2016. 1–187 с.
3. Adams J. W., Hitch G. J. Working Memory and Children’s Mental Addition // *J. Exp. Child Psychol.* 1997. Т. 67. № 1. С. 21–38.
4. Aguilar D. L. и др. PBC4occ: A novel contrast pattern-based classifier for one-class classification // *Futur. Gener. Comput. Syst.* 2021. Т. 125. С. 71–90.
5. Alexander J. E., O’Boyle M. W., Benbow C. P. Developmentally advanced EEG alpha power in gifted male and female adolescents // *Int. J. Psychophysiol.* 1996. Т. 23. № 1–2. С. 25–31.
6. Allison B. Z., Wolpaw E. W., Wolpaw J. R. Brain–computer interface systems: progress and prospects // *Expert Rev. Med. Devices.* 2007. Т. 4. № 4. С. 463–474.
7. Alloway T. P., Alloway R. G. Investigating the predictive roles of working memory and IQ in academic attainment // *J. Exp. Child Psychol.* 2010. Т. 106. № 1. С. 20–29.
8. Alnajashi S. Alpha and theta oscillations in mental addition for high and low performers // *Cogn. Process.* 2021. Т. 22. № 4. С. 609–626.
9. Amalric M., Dehaene S. Origins of the brain networks for advanced mathematics in expert mathematicians // *Proc. Natl. Acad. Sci.* 2016. Т. 113. № 18. С. 4909–4917.
10. Anderson C. W., Devulapalli S. V., Stolz E. A. Determining Mental State from EEG Signals Using Parallel Implementations of Neural Networks // *Sci. Program.* 1995. Т. 4. № 3. С. 171–183.
11. Anderson J. R. *Cognitive Psychology and Its Implications.* : Worth Publishers,

2005. Вып. 6. 519 с.

12. Anderson J. R. и др. Cognitive and metacognitive activity in mathematical problem solving: prefrontal and parietal patterns // *Cogn. Affect. Behav. Neurosci.* 2011. Т. 11. № 1. С. 52–67.

13. Anderson K. L., Ding M. Attentional modulation of the somatosensory mu rhythm // *Neuroscience*. 2011. Т. 180. С. 165–180.

14. Andin J. и др. Phonology and arithmetic in the language–calculation network // *Brain Lang.* 2015. Т. 143. С. 97–105.

15. Ansari D. Does the Parietal Cortex Distinguish between “10,” “Ten,” and Ten Dots? // *Neuron*. 2007. Т. 53. № 2. С. 165–167.

16. Ansari D. Effects of development and enculturation on number representation in the brain // *Nat. Rev. Neurosci.* 2008. Т. 9. № 4. С. 278–291.

17. Antonenko P. D., Niederhauser D. S. The influence of leads on cognitive load and learning in a hypertext environment // *Comput. Human Behav.* 2010. Т. 26. № 2. С. 140–150.

18. Antonov P. A., Chakravarthi R., Andersen S. K. Too little, too late, and in the wrong place: Alpha band activity does not reflect an active mechanism of selective attention // *Neuroimage*. 2020. Т. 219. С. 117006.

19. Antzoulatos E. G., Miller E. K. Increases in Functional Connectivity between Prefrontal Cortex and Striatum during Category Learning // *Neuron*. 2014. Т. 83. № 1. С. 216–225.

20. Antzoulatos E. G., Miller E. K. Synchronous beta rhythms of frontoparietal networks support only behaviorally relevant representations // *Elife*. 2016. Т. 5.

21. Anzalone C. и др. QEEG coherence patterns related to mathematics ability in children // *Appl. Neuropsychol. Child.* 2020. С. 1–11.

22. Arsalidou M., Taylor M. J. Is  $2+2=4$ ? Meta-analyses of brain areas needed for

- numbers and calculations // *Neuroimage*. 2011. Т. 54. № 3. С. 2382–2393.
23. Artemenko С. и др. The neural correlates of arithmetic difficulty depend on mathematical ability: evidence from combined fNIRS and ERP // *Brain Struct. Funct.* 2018. Т. 223. № 6. С. 2561–2574.
24. Artemenko С. и др. Individual Differences in Math Ability Determine Neurocognitive Processing of Arithmetic Complexity: A Combined fNIRS-EEG Study // *Front. Hum. Neurosci.* 2019. Т. 13.
25. Aydarkin E. K., Fomina A. S. Neurophysiological mechanisms of complex arithmetic task solving // *J. Integr. Neurosci.* 2013. Т. 12. № 01. С. 73–89.
26. Baars B. J. *A Cognitive Theory of Consciousness*. Cambridge: Cambridge University Press, 1988. 453 с.
27. Baars B. J. The conscious access hypothesis: origins and recent evidence // *Trends Cogn. Sci.* 2002. Т. 6. № 1. С. 47–52.
28. Babiloni F. и др. Linear classification of low-resolution EEG patterns produced by imagined hand movements // *IEEE Trans. Rehabil. Eng.* 2000. Т. 8. № 2. С. 186–188.
29. Baddeley A. Exploring the Central Executive // *Q. J. Exp. Psychol. A*. 1996. Т. 49. № 1. С. 5–28.
30. Baddeley A. Working memory: looking back and looking forward // *Nat. Rev. Neurosci.* 2003. Т. 4. № 10. С. 829–839.
31. Baddeley A. D., Hitch G. *Working Memory*. , 1974a.
32. Baddeley A. D., Hitch G. J. Recent advances in learning and motivation // *The psychology of learning and motivation* / под ред. Bower G.A. New York: New York: Academic Press, 1974b. С. 47–89.
33. Baddeley A. D., Logie R. H. *Working Memory: The Multiple-Component Model* // *Models of Working Memory*. : Cambridge University Press, 1999. С. 28–61.

34. Bailey D. H. CAUSAL INFERENCE AND THE SPATIAL-MATH LINK IN EARLY CHILDHOOD // *Monogr. Soc. Res. Child Dev.* 2017. T. 82. № 1. С. 127–136.
35. Baldwin C. L., Penaranda B. N. Adaptive training using an artificial neural network and EEG metrics for within- and cross-task workload classification // *Neuroimage.* 2012. T. 59. № 1. С. 48–56.
36. Banfield T. Ability grouping for mathematically gifted adolescent boys // *Int. Educ. J.* 2005. T. 6. № 2. С. 141–149.
37. Barnea-Goraly N. и др. Arithmetic ability and parietal alterations: A diffusion tensor imaging study in Velocardiofacial syndrome // *Cogn. Brain Res.* 2005. T. 25. № 3. С. 735–740.
38. Başar E. The theory of the whole-brain-work // *Int. J. Psychophysiol.* 2006. T. 60. № 2. С. 133–138.
39. Bashashati A. и др. A survey of signal processing algorithms in brain–computer interfaces based on electrical brain signals // *J. Neural Eng.* 2007. T. 4. № 2. С. R32–R57.
40. Bassett D. S. и др. Adaptive reconfiguration of fractal small-world human brain functional networks // *Proc. Natl. Acad. Sci.* 2006. T. 103. № 51. С. 19518–19523.
41. Bastiaansen M., Hagoort P. Event-Induced Theta Responses as a Window on the Dynamics of Memory // *Cortex.* 2003. T. 39. № 4–5. С. 967–992.
42. Bastos A. M. и др. Laminar recordings in frontal cortex suggest distinct layers for maintenance and control of working memory // *Proc. Natl. Acad. Sci.* 2018. T. 115. № 5. С. 1117–1122.
43. Battaglia F. P. и др. The hippocampus: hub of brain network communication for memory // *Trends Cogn. Sci.* 2011.
44. Beatty J. и др. Operant Control of Occipital Theta Rhythm Affects Performance

- in a Radar Monitoring Task // *Science* (80- ). 1974. T. 183. № 4127. С. 871–873.
45. Beek L. Van и др. Left fronto-parietal white matter correlates with individual differences in children's ability to solve additions and multiplications: A tractography study // *Neuroimage*. 2014. T. 90. С. 117–127.
46. Benbow C. P. Sex differences in mathematical reasoning ability in intellectually talented preadolescents: Their nature, effects, and possible causes // *Behav. Brain Sci.* 1988. T. 11. № 2. С. 169–183.
47. Benevides A. B., Bastos T. F., Sarcinelli-Filho M. Pseudo-online classification of mental tasks // *ISSNIP Biosignals and Biorobotics Conference 2011. : IEEE, 2011. С. 1–6.*
48. Berntsen D. Involuntary autobiographical memories // *Appl. Cogn. Psychol.* 1996. T. 10. С. 435–454.
49. Binder J. R. и др. Where Is the Semantic System? A Critical Review and Meta-Analysis of 120 Functional Neuroimaging Studies // *Cereb. Cortex*. 2009. T. 19. № 12. С. 2767–2796.
50. Blankertz В. и др. The BCI competition III: validating alternative approaches to actual BCI problems // *IEEE Trans. Neural Syst. Rehabil. Eng.* 2006. T. 14. № 2. С. 153–159.
51. Blankertz В. и др. Optimizing Spatial filters for Robust EEG Single-Trial Analysis // *IEEE Signal Process. Mag.* 2008. T. 25. № 1. С. 41–56.
52. Bosch P. и др. Mining EEG with SVM for Understanding Cognitive Underpinnings of Math Problem Solving Strategies // *Behav. Neurol.* 2018. T. 2018. С. 1–15.
53. Breiman L. Random forests // *Mach. Learn.* 2001. T. 45. № 10. С. 5–32.
54. Bressler S. L., Richter C. G. Interareal oscillatory synchronization in top-down neocortical processing // *Curr. Opin. Neurobiol.* 2015. T. 31. С. 62–66.

55. Brincat S. L., Miller E. K. Prefrontal Cortex Networks Shift from External to Internal Modes during Learning // *J. Neurosci.* 2016. T. 36. № 37. C. 9739–9754.
56. Bull R., Espy K. A., Wiebe S. A. Short-Term Memory, Working Memory, and Executive Functioning in Preschoolers: Longitudinal Predictors of Mathematical Achievement at Age 7 Years // *Dev. Neuropsychol.* 2008. T. 33. № 3. C. 205–228.
57. Bull R., Scerif G. Executive Functioning as a Predictor of Children's Mathematics Ability: Inhibition, Switching, and Working Memory // *Dev. Neuropsychol.* 2001. T. 19. № 3. C. 273–293.
58. Busch N. A., Herrmann C. S. Object-load and feature-load modulate EEG in a short-term memory task. // *Neuroreport.* 2003. T. 14. № 13. C. 1721–4.
59. Buschman T. J. и др. Neural substrates of cognitive capacity limitations // *Proc. Natl. Acad. Sci.* 2011. T. 108. № 27. C. 11252–11255.
60. Buschman T. J. и др. Synchronous Oscillatory Neural Ensembles for Rules in the Prefrontal Cortex // *Neuron.* 2012. T. 76. № 4. C. 838–846.
61. Butterworth B., Cappelletti M., Kopelman M. Category specificity in reading and writing: the case of number words // *Nat. Neurosci.* 2001. T. 4. № 8. C. 784–786.
62. Butterworth B., Varma S., Laurillard D. Dyscalculia: From Brain to Education // *Science (80-. ).* 2011. T. 332. № 6033. C. 1049–1053.
63. Buzsáki G. *Rhythms of the Brain.* : Oxford University Press, 2006.
64. Buzsáki G., Draguhn A. Neuronal oscillations in cortical networks. // *Science.* 2004. T. 304. № 5679. C. 1926–9.
65. Buzsáki G., Logothetis N., Singer W. Scaling Brain Size, Keeping Timing: Evolutionary Preservation of Brain Rhythms // *Neuron.* 2013. T. 80. № 3. C. 751–764.
66. Buzsáki G., Mizuseki K. The log-dynamic brain: how skewed distributions affect network operations // *Nat. Rev. Neurosci.* 2014. T. 15. № 4. C. 264–278.

67. Byrnes J. B. Math skills // *The Jossey-Bass reader on the brain and learning*. San Francisco: Jossey-Bass, 2008. С. 301–327.
68. Campbell J. I. D., Xue Q. Cognitive arithmetic across cultures. // *J. Exp. Psychol. Gen.* 2001. Т. 130. № 2. С. 299–315.
69. Cappelletti M. и др. Dissociations in numerical abilities revealed by progressive cognitive decline in a patient with semantic dementia // *Cogn. Neuropsychol.* 2005. Т. 22. № 7. С. 771–793.
70. Cappelletti M., Butterworth B., Kopelman M. Sparing numerical abilities in a case of semantic dementia // *Neuropsychologia*. 2001. Т. 39. № 11. С. 1224–1239.
71. Cavanagh J. F., Frank M. J. Frontal theta as a mechanism for cognitive control // *Trends Cogn. Sci.* 2014. Т. 18. № 8. С. 414–421.
72. Cavdaroglu S., Knops A. Mental subtraction and multiplication recruit both phonological and visuospatial resources: evidence from a symmetric dual-task design // *Psychol. Res.* 2016. Т. 80. № 4. С. 608–624.
73. Chaouachi M., Jraidi I., Frasson C. Modeling Mental Workload Using EEG Features for Intelligent Systems. , 2011. С. 50–61.
74. Chemerisova E. V. и др. Classification of verbal and mathematical mental operations based on power spectral density of EEG // *Психология. Журнал высшей школы экономики*. 2018. Т. 15. № 2. С. 268–278.
75. Cheng D. и др. Quantifier processing can be dissociated from numerical processing: Evidence from semantic dementia patients // *Neuropsychologia*. 2013. Т. 51. № 11. С. 2172–2183.
76. Christoff K., Ream J. M., Gabrieli J. D. E. Neural Basis of Spontaneous thought Processes // *Cortex*. 2004. Т. 40. № 4–5. С. 623–630.
77. Chun M. M., Golomb J. D., Turk-Browne N. B. A Taxonomy of External and Internal Attention // *Annu. Rev. Psychol.* 2011. Т. 62. № 1. С. 73–101.

78. Clearman J., Klinger V., Szűcs D. Visuospatial and verbal memory in mental arithmetic // *Q. J. Exp. Psychol.* 2017. Т. 70. № 9. С. 1837–1855.
79. Cohen L. и др. Language and calculation within the parietal lobe: a combined cognitive, anatomical and fMRI study // *Neuropsychologia*. 2000. Т. 38. № 10. С. 1426–1440.
80. Cona G. и др. Theta and alpha oscillations as signatures of internal and external attention to delayed intentions: A magnetoencephalography (MEG) study // *Neuroimage*. 2020. Т. 205. С. 116295.
81. Cortes C., Vapnik V. Support-vector networks // *Mach. Learn.* 1995. Т. 20. № 3. С. 273–297.
82. Cowan N. The magical number 4 in short-term memory: A reconsideration of mental storage capacity // *Behav. Brain Sci.* 2001. Т. 24. № 1. С. 87–114.
83. Cox D. D., Percival D. B., Walden A. T. Spectral Analysis for Physical Applications: Multitaper and Conventional Univariate Techniques. // *J. Am. Stat. Assoc.* 1997. Т. 92. № 439. С. 1226.
84. Cragg L. и др. When is working memory important for arithmetic? The impact of strategy and age // *PLoS One*. 2017. Т. 12. № 12. С. e0188693.
85. Crain S. и др. Working memory and comprehension of spoken sentences: investigations of children with reading disorder // *Neuropsychological Impairments of Short-Term Memory*. : Cambridge University Press, 1990. С. 477–508.
86. Damoiseaux J. S. и др. Consistent resting-state networks across healthy subjects // *Proc. Natl. Acad. Sci.* 2006. Т. 103. № 37. С. 13848–13853.
87. Davidson J. E. Insights about Insightful Problem Solving // *The Psychology of Problem Solving*. : Cambridge University Press, 2003. С. 149–175.
88. Dehaene S. Varieties of numerical abilities // *Cognition*. 1992. Т. 44. № 1–2. С. 1–42.

89. Dehaene S. Sources of Mathematical Thinking: Behavioral and Brain-Imaging Evidence // *Science* (80-. ). 1999. T. 284. № 5416. C. 970–974.
90. Dehaene S. Towards a cognitive neuroscience of consciousness: basic evidence and a workspace framework // *Cognition*. 2001. T. 79. № 1–2. C. 1–37.
91. Dehaene S. The neural basis of the Weber–Fechner law: a logarithmic mental number line // *Trends Cogn. Sci.* 2003. T. 7. № 4. C. 145–147.
92. Dehaene S. и др. THREE PARIETAL CIRCUITS FOR NUMBER PROCESSING // *Cogn. Neuropsychol.* 2003. T. 20. № 3–6. C. 487–506.
93. Dehaene S. *The Number Sense: How the Mind Creates Mathematics, Revised and Updated Edition.* : Oxford University Press US, 2011. 352 с.
94. Dehaene S., Changeux J.-P. Ongoing Spontaneous Activity Controls Access to Consciousness: A Neuronal Model for Inattentional Blindness // *PLoS Biol.* 2005. T. 3. № 5. C. e141.
95. Dehaene S., Cohen L. Towards an anatomical and functional model of number processing // *Math. Cogn.* 1995. T. 1. C. 83–120.
96. Dehaene S., Cohen L. Cerebral Pathways for Calculation: Double Dissociation between Rote Verbal and Quantitative Knowledge of Arithmetic // *Cortex*. 1997. T. 33. № 2. C. 219–250.
97. Dehaene S., Kerszberg M., Changeux J.-P. A Neuronal Model of a Global Workspace in Effortful Cognitive Tasks // *Ann. N. Y. Acad. Sci.* 2006. T. 929. № 1. C. 152–165.
98. Dehaene S., Kerszberg M., Changeux J. P. A neuronal model of a global workspace in effortful cognitive tasks. // *Proc. Natl. Acad. Sci. U. S. A.* 1998. T. 95. № 24. C. 14529–34.
99. Desco M. и др. Mathematically gifted adolescents use more extensive and more bilateral areas of the fronto-parietal network than controls during executive

- functioning and fluid reasoning tasks // *Neuroimage*. 2011. Т. 57. № 1. С. 281–292.
100. DeStefano D., LeFevre J. The role of working memory in mental arithmetic // *Eur. J. Cogn. Psychol.* 2004. Т. 16. № 3. С. 353–386.
101. Diesfeldt H. F. Progressive decline of semantic memory with preservation of number processing and calculation. // *Behav. Neurol.* 1993. Т. 6. № 4. С. 239–42.
102. Dowker A. *Individual Differences in Arithmetic*. : Psychology Press, 2005.
103. Earle J. B. В. и др. Mathematical cognitive style and arithmetic sign comprehension: A study of EEG alpha and theta activity // *Int. J. Psychophysiol.* 1996. Т. 21. № 1. С. 1–13.
104. Eckhorn R. и др. Coherent oscillations: A mechanism of feature linking in the visual cortex? // *Biol. Cybern.* 1988. Т. 60. № 2. С. 121–130.
105. Eger E. *Neuronal foundations of human numerical representations*. , 2016. С. 1–27.
106. Engle R. W. и др. Working memory, short-term memory, and general fluid intelligence: A latent-variable approach. // *J. Exp. Psychol. Gen.* 1999. Т. 128. № 3. С. 309–331.
107. Fairclough S. H. и др. Capturing user engagement via psychophysiology: measures and mechanisms for biocybernetic adaptation // *Int. J. Auton. Adapt. Commun. Syst.* 2013. Т. 6. № 1. С. 63.
108. Fairclough S. H., Venables L., Tattersall A. The influence of task demand and learning on the psychophysiological response // *Int. J. Psychophysiol.* 2005. Т. 56. № 2. С. 171–184.
109. Fazli S. и др. Subject-independent mental state classification in single trials // *Neural Networks*. 2009. Т. 22. № 9. С. 1305–1312.
110. Fedorenko E., Behr M. K., Kanwisher N. Functional specificity for high-level linguistic processing in the human brain // *Proc. Natl. Acad. Sci.* 2011. Т. 108. № 39.

C. 16428–16433.

111. Fedorenko E., Varley R. Language and thought are not the same thing: evidence from neuroimaging and neurological patients // *Ann. N. Y. Acad. Sci.* 2016. T. 1369. № 1. С. 132–153.

112. Fox M. D. и др. From The Cover: The human brain is intrinsically organized into dynamic, anticorrelated functional networks // *Proc. Natl. Acad. Sci.* 2005. T. 102. № 27. С. 9673–9678.

113. Freund Y., Schapire R. E. A decision-theoretic generalization of on-line learning and an application to boosting // *European Conference on Computational Learning Theory.* , 1995. С. 23–37.

114. Friedrich R. M., Friederici A. D. Mathematical Logic in the Human Brain: Semantics // *PLoS One.* 2013. T. 8. № 1. С. e53699.

115. Fuchs L. S. и др. Problem solving and computational skill: Are they shared or distinct aspects of mathematical cognition? // *J. Educ. Psychol.* 2008. T. 100. № 1. С. 30–47.

116. FÜRst A. J., Hitch G. J. Separate roles for executive and phonological components of working memory in mental arithmetic // *Mem. Cognit.* 2000. T. 28. № 5. С. 774–782.

117. Garcia G. N., Ebrahimi T., Vesin J.-M. Support vector EEG classification in the Fourier and time-frequency correlation domains // *First International IEEE EMBS Conference on Neural Engineering, 2003. Conference Proceedings.* : IEEE, 2003. С. 591–594.

118. Gardner H. *Frames of Mind: The Theory of Multiple Intelligence.* New York, USA: Basic Books, 1983. 459 с.

119. Gathercole S. E. и др. Working memory in children with reading disabilities. // *J. Exp. Child Psychol.* 2006. T. 93. № 3. С. 265–81.

120. Geary D. C. и др. Sex Differences in Spatial Cognition, Computational Fluency, and Arithmetical Reasoning // *J. Exp. Child Psychol.* 2000. Т. 77. № 4. С. 337–353.
121. Geary D. C., Hoard M. K., Hamson C. O. Numerical and Arithmetical Cognition: Patterns of Functions and Deficits in Children at Risk for a Mathematical Disability // *J. Exp. Child Psychol.* 1999. Т. 74. № 3. С. 213–239.
122. Gerjets P. и др. Cognitive state monitoring and the design of adaptive instruction in digital environments: lessons learned from cognitive workload assessment using a passive brain-computer interface approach // *Front. Neurosci.* 2014. Т. 8.
123. Gevins A. High-resolution EEG mapping of cortical activation related to working memory: effects of task difficulty, type of processing, and practice // *Cereb. Cortex.* 1997. Т. 7. № 4. С. 374–385.
124. Giedd J. N., Rapoport J. L. Structural MRI of Pediatric Brain Development: What Have We Learned and Where Are We Going? // *Neuron.* 2010. Т. 67. № 5. С. 728–734.
125. González-Garrido A. A. и др. The analysis of EEG coherence reflects middle childhood differences in mathematical achievement // *Brain Cogn.* 2018. Т. 124. С. 57–63.
126. Graben P. beim. Estimating and improving the signal-to-noise ratio of time series by symbolic dynamics // *Phys. Rev. E.* 2001. Т. 64. № 5. С. 051104.
127. Grabner R. H., Smedt B. De. Oscillatory EEG Correlates of Arithmetic Strategies: A Training Study // *Front. Psychol.* 2012. Т. 3.
128. Gray C. M., Singer W. Stimulus-specific neuronal oscillations in orientation columns of cat visual cortex. // *Proc. Natl. Acad. Sci.* 1989. Т. 86. № 5. С. 1698–1702.
129. Guen Y. Le и др. Shared genetic aetiology between cognitive performance and brain activations in language and math tasks // *Sci. Rep.* 2018. Т. 8. № 1. С. 17624.

130. Güntekin B. и др. Beta oscillatory responses in healthy subjects and subjects with mild cognitive impairment // *NeuroImage Clin.* 2013. Т. 3. С. 39–46.
131. Gursel Ozmen N., Gumusel L., Yang Y. A Biologically Inspired Approach to Frequency Domain Feature Extraction for EEG Classification // *Comput. Math. Methods Med.* 2018. Т. 2018. С. 1–10.
132. Gusnard D. A., Raichle M. E. Searching for a baseline: Functional imaging and the resting human brain // *Nat. Rev. Neurosci.* 2001. Т. 2. № 10. С. 685–694.
133. Gysels E. и др. Studying Phase Synchrony for Classification of Mental Tasks in Brain Machine Interfaces // *Proceedings of the Conference of the International Society for Brain Electromagnetic Topography.* : Santa Fe, USA, 2003.
134. Gysels E., Celka P. Phase synchronization for the recognition of mental tasks in a brain-computer interface // *IEEE Trans. Neural Syst. Rehabil. Eng.* 2004. Т. 12. № 4. С. 406–415.
135. Haegens S. и др. Somatosensory working memory performance in humans depends on both engagement and disengagement of regions in a distributed network // *Hum. Brain Mapp.* 2009. С. NA-NA.
136. Haier R. J., Benbow C. P. Sex differences and lateralization in temporal lobe glucose metabolism during mathematical reasoning // *Dev. Neuropsychol.* 1995. Т. 11. № 4. С. 405–414.
137. Halberda J., Mazocco M. M. M., Feigenson L. Individual differences in non-verbal number acuity correlate with maths achievement // *Nature.* 2008. Т. 455. № 7213. С. 665–668.
138. Hämäläinen M. и др. Magnetoencephalography—theory, instrumentation, and applications to noninvasive studies of the working human brain // *Rev. Mod. Phys.* 1993. Т. 65. № 2. С. 413–497.
139. Hamburg S. и др. Comparison of resting-state EEG between adults with Down syndrome and typically developing controls // *J. Neurodev. Disord.* 2021. Т. 13. № 1.

C. 48.

140. Hanslmayr S. и др. Prestimulus oscillations predict visual perception performance between and within subjects // *Neuroimage*. 2007. Т. 37. № 4. С. 1465–1473.

141. Harmony T. и др. Do specific EEG frequencies indicate different processes during mental calculation? // *Neurosci. Lett*. 1999. Т. 266. № 1. С. 25–28.

142. Haufe S. и др. On the interpretation of weight vectors of linear models in multivariate neuroimaging // *Neuroimage*. 2014. Т. 87. С. 96–110.

143. Heinze A. Differences in problem solving strategies of mathematically gifted and non-gifted elementary students // *Int. Educ. J*. 2005. Т. 6. № 2.

144. Hickendorff M. The Language Factor in Elementary Mathematics Assessments: Computational Skills and Applied Problem Solving in a Multidimensional IRT Framework // *Appl. Meas. Educ*. 2013. Т. 26. № 4. С. 253–278.

145. Hinault T., Lemaire P. What does EEG tell us about arithmetic strategies? A review // *Int. J. Psychophysiol*. 2016. Т. 106. С. 115–126.

146. Hipp J. F. и др. Large-scale cortical correlation structure of spontaneous oscillatory activity // *Nat. Neurosci*. 2012. Т. 15. № 6. С. 884–890.

147. Hitch G. J. The role of short-term working memory in mental arithmetic // *Cogn. Psychol*. 1978. Т. 10. № 3. С. 302–323.

148. Hojjati S. H. и др. Predicting conversion from MCI to AD using resting-state fMRI, graph theoretical approach and SVM // *J. Neurosci. Methods*. 2017. Т. 282. С. 69–80.

149. Honey C. J. и др. Network structure of cerebral cortex shapes functional connectivity on multiple time scales. // *Proc. Natl. Acad. Sci. U. S. A*. 2007. Т. 104. № 24. С. 10240–5.

150. Hoppe C. и др. A key role for experimental task performance: Effects of math

talent, gender and performance on the neural correlates of mental rotation // *Brain Cogn.* 2012. T. 78. № 1. С. 14–27.

151. Imbo I., Vandierendonck A. The role of phonological and executive working memory resources in simple arithmetic strategies // *Eur. J. Cogn. Psychol.* 2007. T. 19. № 6. С. 910–933.

152. Imbo I., Vandierendonck A., Vergauwe E. The role of working memory in carrying and borrowing // *Psychol. Res.* 2007. T. 71. № 4. С. 467–483.

153. Inanaga K. Frontal midline theta rhythm and mental activity // *Psychiatry Clin. Neurosci.* 1998. T. 52. № 6. С. 555–566.

154. Ishii R. и др. Frontal midline theta rhythm and gamma power changes during focused attention on mental calculation: an MEG beamformer analysis // *Front. Hum. Neurosci.* 2014. T. 8.

155. Jensen O. Oscillations in the Alpha Band (9-12 Hz) Increase with Memory Load during Retention in a Short-term Memory Task // *Cereb. Cortex.* 2002. T. 12. № 8. С. 877–882.

156. Jensen O. и др. On the human sensorimotor-cortex beta rhythm: Sources and modeling // *Neuroimage.* 2005. T. 26. № 2. С. 347–355.

157. Jensen O. и др. Using Brain–Computer Interfaces and Brain-State Dependent Stimulation as Tools in Cognitive Neuroscience // *Front. Psychol.* 2011. T. 2.

158. John E. R. и др. Neurometrics: computer-assisted differential diagnosis of brain dysfunctions. // *Science.* 1988. T. 239. № 4836. С. 162–9.

159. Jordan J.-A., Mulhern G., Wylie J. Individual differences in trajectories of arithmetical development in typically achieving 5- to 7-year-olds // *J. Exp. Child Psychol.* 2009. T. 103. № 4. С. 455–468.

160. Jordan N. C., Levine S. C. Socioeconomic variation, number competence, and mathematics learning difficulties in young children // *Dev. Disabil. Res. Rev.* 2009.

Т. 15. № 1. С. 60–68.

161. Jung R. E., Haier R. J. The Parieto-Frontal Integration Theory (P-FIT) of intelligence: Converging neuroimaging evidence // *Behav. Brain Sci.* 2007. Т. 30. № 2. С. 135–154.

162. Ke G. и др. LightGBM: A Highly Efficient Gradient Boosting Decision Tree // *Proceedings of the 2017 International Conference on Computational Biology and Bioinformatics - ICCBB 2017*. New York, New York, USA: ACM Press, 2017. С. 7–11.

163. Kent P. L. Working Memory: A Selective Review // *Appl. Neuropsychol. Child.* 2016. Т. 5. № 3. С. 163–172.

164. Kerechanin Y. V. и др. Sources of the Electrical Activity of Brain Areas Involving in Imaginary Movements // *Neurosci. Behav. Physiol.* 2020. Т. 50. № 7. С. 845–855.

165. Khader P. H. и др. Theta and alpha oscillations during working-memory maintenance predict successful long-term memory encoding // *Neurosci. Lett.* 2010. Т. 468. № 3. С. 339–343.

166. Kitzbichler M. G. и др. Cognitive Effort Drives Workspace Configuration of Human Brain Functional Networks // *J. Neurosci.* 2011. Т. 31. № 22. С. 8259–8270.

167. Klimesch W. и др. Event-related desynchronization in the alpha band and the processing of semantic information // *Cogn. Brain Res.* 1997a. Т. 6. № 2. С. 83–94.

168. Klimesch W. и др. Brain oscillations and human memory: EEG correlates in the upper alpha and theta band // *Neurosci. Lett.* 1997b. Т. 238. № 1–2. С. 9–12.

169. Klimesch W. EEG alpha and theta oscillations reflect cognitive and memory performance: a review and analysis // *Brain Res. Rev.* 1999. Т. 29. № 2–3. С. 169–195.

170. Klimesch W., Sauseng P., Hanslmayr S. EEG alpha oscillations: The inhibition–

timing hypothesis // *Brain Res. Rev.* 2007. T. 53. № 1. C. 63–88.

171. Klimesch W., Schack B., Sauseng P. The Functional Significance of Theta and Upper Alpha Oscillations // *Exp. Psychol.* 2005. T. 52. № 2. C. 99–108.

172. Knoblich G., Ohlsson S., Raney G. E. An eye movement study of insight problem solving // *Mem. Cognit.* 2001. T. 29. № 7. C. 1000–1009.

173. Kocsis B., Prisco G. V Di, Vertes R. P. Theta synchronization in the limbic system: the role of Gudden's tegmental nuclei. // *Eur. J. Neurosci.* 2001. T. 13. № 2. C. 381–8.

174. Kopell N., Whittington M. A., Kramer M. A. Neuronal assembly dynamics in the beta1 frequency range permits short-term memory // *Proc. Natl. Acad. Sci.* 2011. T. 108. № 9. C. 3779–3784.

175. Kounios J. и др. The origins of insight in resting-state brain activity // *Neuropsychologia.* 2008. T. 46. № 1. C. 281–291.

176. Koziol L. F., Budding D. Subcortical structures and cognition: Implications for neuropsychological assessment. New York: NY: Springer., 2009. 381 с.

177. Kramer M. A. и др. Rhythm Generation through Period Concatenation in Rat Somatosensory Cortex // *PLoS Comput. Biol.* 2008. T. 4. № 9. C. e1000169.

178. Krauledat M. и др. Robustifying EEG data analysis by removing outliers // *Chaos Complex. Lett.* 2007. T. 2. № 3.

179. Kriegeskorte N. Pattern-information analysis: From stimulus decoding to computational-model testing // *Neuroimage.* 2011. T. 56. № 2. C. 411–421.

180. Kroger J. K. и др. Distinct neural substrates for deductive and mathematical processing // *Brain Res.* 2008. T. 1243. C. 86–103.

181. Kropotov J. *Quantitative EEG, Event-Related Potentials and Neurotherapy.* : Elsevier, 2009.

182. Kropotov J. *Functional Neuromarkers for Psychiatry.* : Elsevier, 2016.

183. Kukleta M. и др. Beta 2-band synchronization during a visual oddball task // *Physiol. Res.* 2009. С. 725–732.
184. Lachaux J. P. и др. Measuring phase synchrony in brain signals. // *Hum. Brain Mapp.* 1999. Т. 8. № 4. С. 194–208.
185. Lee K.-M., Kang S.-Y. Arithmetic operation and working memory: differential suppression in dual tasks // *Cognition.* 2002. Т. 83. № 3. С. B63–B68.
186. Lee K. H. и др. Neural correlates of superior intelligence: Stronger recruitment of posterior parietal cortex // *Neuroimage.* 2006. Т. 29. № 2. С. 578–586.
187. LeFevre J.-A. и др. Pathways to Mathematics: Longitudinal Predictors of Performance // *Child Dev.* 2010. Т. 81. № 6. С. 1753–1767.
188. Lemer C. и др. Approximate quantities and exact number words: dissociable systems // *Neuropsychologia.* 2003. Т. 41. № 14. С. 1942–1958.
189. Leventhal D. K. и др. Basal Ganglia Beta Oscillations Accompany Cue Utilization // *Neuron.* 2012. Т. 73. № 3. С. 523–536.
190. Lezak M. D. и др. *Neuropsychological assessment.* New York: Oxford University Press., 2012. Вып. 5.
191. Liang N.-Y. и др. Classification of mental tasks from EEG signals using extreme learning machine // *Int. J. Neural Syst.* 2006. Т. 16. № 01. С. 29–38.
192. Libertus M. E., Feigenson L., Halberda J. Preschool acuity of the approximate number system correlates with school math ability. // *Dev. Sci.* 2011. Т. 14. № 6. С. 1292–300.
193. Lin C.-L. и др. Neural Correlates of Mathematical Problem Solving // *Int. J. Neural Syst.* 2015. Т. 25. № 02. С. 1550004.
194. Lin S.-L., Tsai Y.-J., Liou C.-Y. Conscious mental tasks and their EEG signals // *Med. Biol. Eng. Comput.* 1993. Т. 31. № 4. С. 421–426.
195. Liu J. и др. EEG correlates of math anxiety during arithmetic problem solving:

- Implication for attention deficits // *Neurosci. Lett.* 2019. T. 703. C. 191–197.
196. Liu Z. и др. Finding thalamic BOLD correlates to posterior alpha EEG // *Neuroimage*. 2012. T. 63. № 3. C. 1060–1069.
197. Locuniak M. N., Jordan N. C. Using Kindergarten Number Sense to Predict Calculation Fluency in Second Grade // *J. Learn. Disabil.* 2008. T. 41. № 5. C. 451–459.
198. Logie R., Gilhooly K., Wynn V. Counting on working memory in arithmetic problem solving // *Mem. Cognit.* 1994. T. 22. № 4. C. 395–410.
199. Lotte F. и др. A review of classification algorithms for EEG-based brain–computer interfaces // *J. Neural Eng.* 2007. T. 4. № 2. C. R1–R13.
200. Lubinski D. и др. Top 1 in 10,000: A 10-year follow-up of the profoundly gifted. // *J. Appl. Psychol.* 2001. T. 86. № 4. C. 718–729.
201. Lubinski D., Benbow C. P. Study of Mathematically Precocious Youth After 35 Years: Uncovering Antecedents for the Development of Math-Science Expertise // *Perspect. Psychol. Sci.* 2006. T. 1. № 4. C. 316–345.
202. Lundberg S., Su-In L. A Unified Approach to Interpreting Model Predictions // *Conference on Neural Information Processing Systems*. Long Beach, USA: , 2017.
203. Lundqvist M. и др. Gamma and Beta Bursts Underlie Working Memory // *Neuron*. 2016. T. 90. № 1. C. 152–164.
204. Lundqvist M. и др. Gamma and beta bursts during working memory readout suggest roles in its volitional control // *Nat. Commun.* 2018. T. 9. № 1. C. 394.
205. Magosso E., Ricci G., Ursino M. Alpha and theta mechanisms operating in internal-external attention competition // *J. Integr. Neurosci.* 2021. T. 20. № 1. C. 1.
206. Maris E., Oostenveld R. Nonparametric statistical testing of EEG- and MEG-data // *J. Neurosci. Methods*. 2007. T. 164. № 1. C. 177–190.
207. Marko M., Cimrová B., Riečanský I. Neural theta oscillations support semantic

memory retrieval // *Sci. Rep.* 2019. Т. 9. № 1. С. 17667.

208. Markov N. T. и др. The role of long-range connections on the specificity of the macaque interareal cortical network // *Proc. Natl. Acad. Sci.* 2013. Т. 110. № 13. С. 5187–5192.

209. Marti E., Rodríguez C. *After Piaget*. New Jersey, USA: Transaction Publishers, 2012. 284 с.

210. McCulloch W. S., Pitts W. A logical calculus of ideas immanent in nervous activity // *Bull. Math. Biophys.* 1943. Т. 5. С. 115–133.

211. McCulloch W. S., Pitts W. H. How we know universals // *Bull. Math. Biophysics.* 1947. Т. 5. С. 127–147.

212. Meisenhelter S. и др. Cognitive tasks and human ambulatory electrocorticography using the RNS System // *J. Neurosci. Methods.* 2019. Т. 311. С. 408–417.

213. Micheloyannis S. и др. Neural networks involved in mathematical thinking: evidence from linear and non-linear analysis of electroencephalographic activity // *Neurosci. Lett.* 2005. Т. 373. № 3. С. 212–217.

214. Miller G. A., Galanter E., Pribram K. H. *Plans and the structure of behavior*. New York: Henry Holt and Co, 1960.

215. Miltner W. H. R. и др. Coherence of gamma-band EEG activity as a basis for associative learning // *Nature.* 1999. Т. 397. № 6718. С. 434–436.

216. Miyake A. и др. The unity and diversity of executive functions and their contributions to complex «Frontal Lobe» tasks: a latent variable analysis. // *Cogn. Psychol.* 2000. Т. 41. № 1. С. 49–100.

217. Mizuhara H. и др. A long-range cortical network emerging with theta oscillation in a mental task // *Neuroreport.* 2004. Т. 15. № 8. С. 1233–1238.

218. Mizuhara H., Yamaguchi Y. Human cortical circuits for central executive

function emerge by theta phase synchronization // *Neuroimage*. 2007. T. 36. № 1. С. 232–244.

219. Monti M. M., Parsons L. M., Osherson D. N. Thought Beyond Language // *Psychol. Sci*. 2012. T. 23. № 8. С. 914–922.

220. Morsella E. и др. The Spontaneous Thoughts of the Night: How Future Tasks Breed Intrusive Cognitions // *Soc. Cogn*. 2010. T. 28. № 5. С. 641–650.

221. Mousavi M., Sa V. R. de. Temporally Adaptive Common Spatial Patterns with Deep Convolutional Neural Networks // 2019 41st Annual International Conference of the IEEE Engineering in Medicine and Biology Society (EMBC). : IEEE, 2019. С. 4533–4536.

222. Nasrin F. и др. Bayesian Topological Learning for Brain State Classification // 2019 18th IEEE International Conference On Machine Learning And Applications (ICMLA). : IEEE, 2019. С. 1247–1252.

223. Neuper C. и др. Motor imagery and action observation: Modulation of sensorimotor brain rhythms during mental control of a brain–computer interface // *Clin. Neurophysiol*. 2009. T. 120. № 2. С. 239–247.

224. Nieder A. The neuronal code for number // *Nat. Rev. Neurosci*. 2016. T. 17. № 6. С. 366–382.

225. Nunes T. и др. Teaching children how to include the inversion principle in their reasoning about quantitative relations // *Educ. Stud. Math*. 2012. T. 79. № 3. С. 371–388.

226. Núñez-Peña M. I., González-Gómez B., Colomé À. Spatial processing in a mental rotation task: Differences between high and low math-anxiety individuals // *Biol. Psychol*. 2019. T. 146. С. 107727.

227. Nunez P. L., Wingeier B. M., Silberstein R. B. Spatial-temporal structures of human alpha rhythms: Theory, microcurrent sources, multiscale measurements, and global binding of local networks // *Hum. Brain Mapp*. 2001. T. 13. № 3. С. 125–164.

228. O'boyle M. W., Alexander J. E., Benbow C. P. Enhanced right hemisphere activation in the mathematically precocious: A preliminary EEG investigation // *Brain Cogn.* 1991. Т. 17. № 2. С. 138–153.
229. Otsuka Y., Osaka N. High-performers use the phonological loop less to process mental arithmetic during working memory tasks // *Q. J. Exp. Psychol.* 2015. Т. 68. № 5. С. 878–886.
230. Owen A. M. и др. N-back working memory paradigm: A meta-analysis of normative functional neuroimaging studies // *Hum. Brain Mapp.* 2005. Т. 25. № 1. С. 46–59.
231. Patil A. Image Recognition using Machine Learning // *SSRN Electron. J.* 2021.
232. Pavlygina R. A. и др. [EEG in mathematical logical problem solving]. // *Zh. Vyssh. Nerv. Deiat. Im. I P Pavlova.* 2010. Т. 60. № 5. С. 534–42.
233. Peters L., Smedt B. De. Arithmetic in the developing brain: A review of brain imaging studies // *Dev. Cogn. Neurosci.* 2018. Т. 30. С. 265–279.
234. Pfurtscheller G. и др. Foot and hand area mu rhythms // *Int. J. Psychophysiol.* 1997. Т. 26. № 1–3. С. 121–135.
235. Pfurtscheller G., Berghold A. Patterns of cortical activation during planning of voluntary movement // *Electroencephalogr. Clin. Neurophysiol.* 1989. Т. 72. № 3. С. 250–258.
236. Pfurtscheller G., Stancák A., Neuper C. Post-movement beta synchronization. A correlate of an idling motor area? // *Electroencephalogr. Clin. Neurophysiol.* 1996. Т. 98. № 4. С. 281–293.
237. Poincaré H. *The Foundations of Science: Science and Hypothesis, The Value of Science, Science and Method.* : New York, NY: Science Press., 1913. 553 с.
238. Pollack C., Ashby N. C. Where arithmetic and phonology meet: The meta-analytic convergence of arithmetic and phonological processing in the brain // *Dev.*

Cogn. Neurosci. 2018. T. 30. C. 251–264.

239. Portnova G. V. и др. Association of the retrospective self-report ratings with the dynamics of EEG // *Heliyon*. 2019. T. 5. № 10. C. e02533.

240. Powell S. R., Fuchs L. S. Does Early Algebraic Reasoning Differ as a Function of Students' Difficulty with Calculations versus Word Problems? // *Learn. Disabil. Res. Pract.* 2014. T. 29. № 3. C. 106–116.

241. Prado J. и др. Distinct representations of subtraction and multiplication in the neural systems for numerosity and language // *Hum. Brain Mapp.* 2011. T. 32. № 11. C. 1932–1947.

242. Prescott J. и др. Enhanced brain connectivity in math-gifted adolescents: An fMRI study using mental rotation // *Cogn. Neurosci.* 2010. T. 1. № 4. C. 277–288.

243. Proverbio A. M., Carminati M. Electrophysiological markers of poor versus superior math abilities in healthy individuals // *Eur. J. Neurosci.* 2019. T. 50. № 2. C. 1878–1891.

244. Purcell A. T., Gero J. S. Drawings and the design process // *Des. Stud.* 1998. T. 19. № 4. C. 389–430.

245. Putze F., Schultz T. Adaptive cognitive technical systems // *J. Neurosci. Methods.* 2014. T. 234. C. 108–115.

246. Quentin R. и др. Differential Brain Mechanisms of Selection and Maintenance of Information during Working Memory // *J. Neurosci.* 2019. T. 39. № 19. C. 3728–3740.

247. Ramoser H., Muller-Gerking J., Pfurtscheller G. Optimal spatial filtering of single trial EEG during imagined hand movement // *IEEE Trans. Rehabil. Eng.* 2000. T. 8. № 4. C. 441–446.

248. Rana M. и др. A toolbox for real-time subject-independent and subject-dependent classification of brain states from fMRI signals // *Front. Neurosci.* 2013. T.

7.

249. Rashid B. и др. Classification of schizophrenia and bipolar patients using static and dynamic resting-state fMRI brain connectivity // *Neuroimage*. 2016. Т. 134. С. 645–657.

250. Ratcliffe O., Shapiro K., Staresina B. P. Fronto-medial theta coordinates posterior maintenance of working memory content // *Curr. Biol*. 2022. Т. 32. № 10. С. 2121- 2129.e3.

251. Ray A. M. и др. A subject-independent pattern-based Brain-Computer Interface // *Front. Behav. Neurosci*. 2015. Т. 9.

252. Reeves B., Nass C. The media equation: how people treat computers, television, and new media like real people and places. New York, USA: Cambridge University Press, 1996. 36 с.

253. Ricks T. R., Turley-Ames K. J., Wiley J. Effects of working memory capacity on mental set due to domain knowledge // *Mem. Cognit*. 2007. Т. 35. № 6. С. 1456–1462.

254. Ritchie S. J., Bates T. C. Enduring Links From Childhood Mathematics and Reading Achievement to Adult Socioeconomic Status // *Psychol. Sci*. 2013. Т. 24. № 7. С. 1301–1308.

255. Rivera S. M. и др. Developmental Changes in Mental Arithmetic: Evidence for Increased Functional Specialization in the Left Inferior Parietal Cortex // *Cereb. Cortex*. 2005. Т. 15. № 11. С. 1779–1790.

256. Roberts J. A., Boonstra T. W., Breakspear M. The heavy tail of the human brain // *Curr. Opin. Neurobiol*. 2015. Т. 31. С. 164–172.

257. Rodrigues P. L. C., Jutten C., Congedo M. Riemannian Procrustes Analysis: Transfer Learning for Brain–Computer Interfaces // *IEEE Trans. Biomed. Eng*. 2019. Т. 66. № 8. С. 2390–2401.

258. Roik A. O., Ivanitskii G. A. A Neurophysiological Model of the Cognitive Space // *Neurosci. Behav. Physiol.* 2013. Т. 43. № 2. С. 193–199.
259. Roopun A. K. и др. A beta2-frequency (20-30 Hz) oscillation in nonsynaptic networks of somatosensory cortex // *Proc. Natl. Acad. Sci.* 2006. Т. 103. № 42. С. 15646–15650.
260. Rosso O. ., Martin M. ., Plastino A. Brain electrical activity analysis using wavelet-based informational tools // *Phys. A Stat. Mech. its Appl.* 2002. Т. 313. № 3–4. С. 587–608.
261. Sabbagh D. и др. Predictive regression modeling with MEG/EEG: from source power to signals and cognitive states // *Neuroimage.* 2020. Т. 222. С. 116893.
262. Saha S. и др. Enhanced inter- subject brain computer interface with associative sensorimotor oscillations // *Healthc. Technol. Lett.* 2017. Т. 4. № 1. С. 39–43.
263. Sakkalis V., Zervakis M., Micheloyannis S. Significant EEG Features Involved in Mathematical Reasoning: Evidence from Wavelet Analysis // *Brain Topogr.* 2006. Т. 19. № 1–2. С. 53–60.
264. Sasaki K. Frontal mental theta wave recorded simultaneously with magnetoencephalography and electroencephalography // *Neurosci. Res.* 1996. Т. 26. № 1. С. 79–81.
265. Sassenhagen J., Draschkow D. Cluster- based permutation tests of MEG/EEG data do not establish significance of effect latency or location // *Psychophysiology.* 2019. Т. 56. № 6. С. e13335.
266. Schack B. и др. Phase-coupling of theta–gamma EEG rhythms during short-term memory processing // *Int. J. Psychophysiol.* 2002. Т. 44. № 2. С. 143–163.
267. Schapire R. E. The Boosting Approach to Machine Learning: An Overview // *MSRI Workshop on Nonlinear Estimation and Classification, Berkeley, CA. , 2001.* С. 149–171.

268. Scheeringa R. и др. Trial-by-trial coupling between EEG and BOLD identifies networks related to alpha and theta EEG power increases during working memory maintenance // *Neuroimage*. 2009. Т. 44. № 3. С. 1224–1238.
269. Schirrneister R. T. и др. Deep learning with convolutional neural networks for EEG decoding and visualization // *Hum. Brain Mapp*. 2017. Т. 38. № 11. С. 5391–5420.
270. Schmithorst V. J., Brown R. D. Empirical validation of the triple-code model of numerical processing for complex math operations using functional MRI and group Independent Component Analysis of the mental addition and subtraction of fractions. // *Neuroimage*. 2004. Т. 22. № 3. С. 1414–20.
271. Schürmann M. и др. Electroencephalogram alpha (8-15 Hz) responses to visual stimuli in cat cortex, thalamus, and hippocampus: a distributed alpha network? // *Neurosci. Lett*. 2000. Т. 292. № 3. С. 175–8.
272. Seifert C. M. и др. Demystification of cognitive insight: Opportunistic assimilation and the prepared-mind hypothesis // *The nature of insight / под ред. I. R. Sternberg, J. Davidson*. : Cambridge: MIT Press., 1994. С. 65–124.
273. Shatz C. J. The Developing Brain // *Sci. Am*. 1992. Т. 267. № 3. С. 60–67.
274. Shen I., Liu P., Chen C. Neural correlates underlying spatial and verbal working memory in children with different mathematics achievement levels: An event-related potential study // *Int. J. Psychophysiol*. 2018. Т. 133. С. 149–158.
275. Sherfey J. и др. Prefrontal oscillations modulate the propagation of neuronal activity required for working memory // *Neurobiol. Learn. Mem*. 2020. Т. 173. С. 107228.
276. Shulman G. L. и др. Common Blood Flow Changes across Visual Tasks: II. Decreases in Cerebral Cortex // *J. Cogn. Neurosci*. 1997. Т. 9. № 5. С. 648–663.
277. Siegel M., Donner T. H., Engel A. K. Spectral fingerprints of large-scale neuronal interactions. // *Nat. Rev. Neurosci*. 2012. Т. 13. № 2. С. 121–34.

278. Siegel M., Warden M. R., Miller E. K. Phase-dependent neuronal coding of objects in short-term memory // *Proc. Natl. Acad. Sci.* 2009. T. 106. № 50. С. 21341–21346.
279. Simmons F. R., Singleton C. Do weak phonological representations impact on arithmetic development? A review of research into arithmetic and dyslexia // *Dyslexia*. 2008. T. 14. № 2. С. 77–94.
280. Simms V. и др. Explaining the relationship between number line estimation and mathematical achievement: The role of visuomotor integration and visuospatial skills // *J. Exp. Child Psychol.* 2016. T. 145. С. 22–33.
281. Simon O. и др. Topographical Layout of Hand, Eye, Calculation, and Language-Related Areas in the Human Parietal Lobe // *Neuron*. 2002. T. 33. № 3. С. 475–487.
282. Singh-Curry V., Husain M. The functional role of the inferior parietal lobe in the dorsal and ventral stream dichotomy // *Neuropsychologia*. 2009. T. 47. № 6. С. 1434–1448.
283. Skagenholt M. и др. Examining the Triple Code Model in numerical cognition: An fMRI study // *PLoS One*. 2018. T. 13. № 6. С. e0199247.
284. Smallwood J. и др. Shifting moods, wandering minds: Negative moods lead the mind to wander. // *Emotion*. 2009. T. 9. № 2. С. 271–276.
285. Smallwood J., Nind L., O'Connor R. C. When is your head at? An exploration of the factors associated with the temporal focus of the wandering mind // *Conscious. Cogn.* 2009. T. 18. № 1. С. 118–125.
286. Smedt B. De, Boets B. Phonological processing and arithmetic fact retrieval: Evidence from developmental dyslexia // *Neuropsychologia*. 2010. T. 48. № 14. С. 3973–3981.
287. Smedt B. De, Grabner R. H., Studer B. Oscillatory EEG correlates of arithmetic strategy use in addition and subtraction // *Exp. Brain Res.* 2009. T. 195. № 4. С. 635–

642.

288. Smith E. E. и др. Spatial versus Object Working Memory: PET Investigations // *J. Cogn. Neurosci.* 1995. Т. 7. № 3. С. 337–356.

289. Soltanlou M. и др. Increased arithmetic complexity is associated with domain-general but not domain-specific magnitude processing in children: A simultaneous fNIRS-EEG study // *Cogn. Affect. Behav. Neurosci.* 2017. Т. 17. № 4. С. 724–736.

290. Soltanlou M. и др. Reduction but no shift in brain activation after arithmetic learning in children: A simultaneous fNIRS-EEG study // *Sci. Rep.* 2018. Т. 8. № 1. С. 1707.

291. Spaak E. и др. Layer-Specific Entrainment of Gamma-Band Neural Activity by the Alpha Rhythm in Monkey Visual Cortex // *Curr. Biol.* 2012. Т. 22. № 24. С. 2313–2318.

292. Sperandei S. Understanding logistic regression analysis // *Biochem. Medica.* 2014. С. 12–18.

293. Spitzer B., Haegens S. Beyond the Status Quo: A Role for Beta Oscillations in Endogenous Content (Re)Activation // *eneuro.* 2017. Т. 4. № 4. С. ENEURO.0170-17.2017.

294. Standage D., Paré M. Slot-like capacity and resource-like coding in a neural model of multiple-item working memory // *J. Neurophysiol.* 2018. Т. 120. № 4. С. 1945–1961.

295. Steiner H., Martynova O. Task-related and Resting-state EEG Correlates of Mathematical Skills // *Fourth Int. Conf. Neurotechnologies Neurointerfaces (CNN)/ Neurotechnologies Neurointerfaces (CNN), Int. Conf. Kaliningrad, Russ. Fed.* 2022.

296. Steriade M. и др. Basic mechanisms of cerebral rhythmic activities // *Electroencephalogr. Clin. Neurophysiol.* 1990. Т. 76. № 6. С. 481–508.

297. Stone J. M., Towse J. N. A Working Memory Test Battery: Java-Based

Collection of Seven Working Memory Tasks // J. Open Res. Softw. 2015. T. 3.

298. Swanson H. L., Beebe-Frankenberger M. The Relationship Between Working Memory and Mathematical Problem Solving in Children at Risk and Not at Risk for Serious Math Difficulties. // J. Educ. Psychol. 2004. T. 96. № 3. С. 471–491.

299. Swanson H. L., Sachse-Lee C. Mathematical Problem Solving and Working Memory in Children with Learning Disabilities: Both Executive and Phonological Processes Are Important // J. Exp. Child Psychol. 2001. T. 79. № 3. С. 294–321.

300. Tangermann M. и др. Review of the BCI Competition IV // Front. Neurosci. 2012. T. 6.

301. Terman L. Genetic studies of genius: Mental and physical traits of a thousand gifted children // Stanford, CA Stanford Univ. Press. 1926. T. 1. № 2.

302. Thulasidas M., Cuntai Guan, Jiankang Wu. Robust classification of EEG signal for brain-computer interface // IEEE Trans. Neural Syst. Rehabil. Eng. 2006. T. 14. № 1. С. 24–29.

303. Trbovich P. L., LeFevre J.-A. Phonological and visual working memory in mental addition // Mem. Cognit. 2003. T. 31. № 5. С. 738–745.

304. Tzur G., Berger A. Fast and slow brain rhythms in rule/expectation violation tasks: Focusing on evaluation processes by excluding motor action // Behav. Brain Res. 2009. T. 198. № 2. С. 420–428.

305. Uhlhaas P. Neural synchrony in cortical networks: history, concept and current status // Front. Integr. Neurosci. 2009. T. 3.

306. Unsworth N., Engle R. W. On the division of short-term and working memory: An examination of simple and complex span and their relation to higher order abilities. // Psychol. Bull. 2007. T. 133. № 6. С. 1038–1066.

307. Uusberg A. и др. EEG alpha and cortical inhibition in affective attention // Int. J. Psychophysiol. 2013. T. 89. № 1. С. 26–36.

308. Varley R. A. и др. From The Cover: Agrammatic but numerate // *Proc. Natl. Acad. Sci.* 2005. Т. 102. № 9. С. 3519–3524.
309. Vashisht V., Pandey A. K., Yadav S. P. Speech Recognition using Machine Learning // *IEIE Trans. Smart Process. Comput.* 2021. Т. 10. № 3. С. 233–239.
310. Verstijnen I. . и др. Creative discovery in imagery and perception: Combining is relatively easy, restructuring takes a sketch // *Acta Psychol. (Amst)*. 1998. Т. 99. № 2. С. 177–200.
311. Vézard L. и др. EEG classification for the detection of mental states // *Appl. Soft Comput.* 2015. Т. 32. С. 113–131.
312. Vickery T. J., Jiang Y. V. Inferior Parietal Lobule Supports Decision Making under Uncertainty in Humans // *Cereb. Cortex.* 2009. Т. 19. № 4. С. 916–925.
313. Vukovic R. K., Lesaux N. K. The language of mathematics: Investigating the ways language counts for children’s mathematical development // *J. Exp. Child Psychol.* 2013. Т. 115. № 2. С. 227–244.
314. Walter C. и др. Online EEG-Based Workload Adaptation of an Arithmetic Learning Environment // *Front. Hum. Neurosci.* 2017. Т. 11.
315. Wang L. и др. Spatial abilities associated with open math problem solving // *Appl. Cogn. Psychol.* 2022. Т. 36. № 2. С. 306–317.
316. Wang Y.-K., Jung T.-P., Lin C.-T. EEG-Based Attention Tracking During Distracted Driving // *IEEE Trans. Neural Syst. Rehabil. Eng.* 2015. Т. 23. № 6. С. 1085–1094.
317. Wang Z. и др. Cross-subject workload classification with a hierarchical Bayes model // *Neuroimage.* 2012. Т. 59. № 1. С. 64–69.
318. Webbink D., Hartog J. Can students predict starting salaries? Yes! // *Econ. Educ. Rev.* 2004. Т. 23. № 2. С. 103–113.
319. Wei W. и др. Cognitive correlates of performance in advanced mathematics //

- Br. J. Educ. Psychol. 2012. T. 82. № 1. С. 157–181.
320. Wiley J., Jarosz A. F. How Working Memory Capacity Affects Problem Solving. , 2012. С. 185–227.
321. Wilson G. F., Fisher F. Cognitive task classification based upon topographic EEG data // Biol. Psychol. 1995. T. 40. № 1–2. С. 239–250.
322. Xiang Y. и др. Brain-mechanistic responses to varying difficulty levels of approximate solutions to arithmetic problems // Sci. Rep. 2016. T. 6. № 1. С. 24194.
323. Yoon S., Kim Y.-K. Gender Differences in Depression // Understanding Depression. Singapore: Springer Singapore, 2018. С. 297–307.
324. Yordanova J. и др. Wavelet entropy analysis of event-related potentials indicates modality-independent theta dominance // J. Neurosci. Methods. 2002. T. 117. № 1. С. 99–109.
325. Zago L. и др. How verbal and spatial manipulation networks contribute to calculation: An fMRI study // Neuropsychologia. 2008. T. 46. № 9. С. 2403–2414.
326. Zamarian L., Ischebeck A., Delazer M. Neuroscience of learning arithmetic—Evidence from brain imaging studies // Neurosci. Biobehav. Rev. 2009. T. 33. № 6. С. 909–925.
327. Zander T. O., Kothe C. Towards passive brain–computer interfaces: applying brain–computer interface technology to human–machine systems in general // J. Neural Eng. 2011. T. 8. № 2. С. 025005.
328. Zeng H. и др. An EEG-Based Transfer Learning Method for Cross-Subject Fatigue Mental State Prediction // Sensors. 2021. T. 21. № 7. С. 2369.
329. Zhang L., Gan J. Q., Wang H. Mathematically gifted adolescents mobilize enhanced workspace configuration of theta cortical network during deductive reasoning // Neuroscience. 2015a. T. 289. С. 334–348.
330. Zhang L., Gan J. Q., Wang H. Localization of neural efficiency of the

mathematically gifted brain through a feature subset selection method // Cogn. Neurodyn. 2015b. Т. 9. № 5. С. 495–508.

331. Zhang L., Gan J. Q., Wang H. Neurocognitive mechanisms of mathematical giftedness: A literature review // Appl. Neuropsychol. Child. 2017. Т. 6. № 1. С. 79–94.

332. Zhang Y. и др. Both non-symbolic and symbolic quantity processing are important for arithmetical computation but not for mathematical reasoning // J. Cogn. Psychol. 2016. Т. 28. № 7. С. 807–824.

333. Zhou X. и др. The semantic system is involved in mathematical problem solving // Neuroimage. 2018. Т. 166. С. 360–370.

334. Zhu W., Zeng N., Wang N. Sensitivity, specificity, accuracy, associated confidence interval and ROC analysis with practical SAS implementations // NESUG Proc. Heal. care life Sci. Balt. Maryl. 2010. Т. 19. С. 67.

335. Атанов М. С., Иваницкий Г. А., Иваницкий А. М. Когнитивный интерфейс мозг-компьютер и перспективы его практического использования // Физиология человека. 2016. Т. 42. № 3. С. 5–11.

336. Атаханов Р. К. К диагностике развития математического мышления // Вопросы психологии. 1992. Т. 1–2. С. 60–67.

337. Базанова О. М. Современная интерпретация альфа-активности ЭЭГ // Международный неврологический журнал. 2011. Т. 8. № 46. С. 96–104.

338. Бурбаки Н. Очерки по истории математики. Москва: Издательство иностранной литературы, 1963. 292 с.

339. Вапник В. Н., Червоненкис А. Я. Теория распознавания образов. Москва: Наука, 1974. 416 с.

340. Величковский Б. М. Современная когнитивная психология. Москва: Изд-во Моск. ун-та, 1982. 336 с.

341. Владимиров И. Ю., Коровкин С. Ю. Рабочая память как система, обслуживающая мыслительный процесс // Когнитивная психология феномены и проблемы. 2014. С. 8–21.
342. Воронин В. М., Ицкович М. М. Понимание и ценности (норма и патология). Екатеринбург: Издательский Дом «Ажур», 2018. 306 с.
343. Воронцов К. В. Комбинаторный подход к оценке качества обучаемых алгоритмов // Математические вопросы кибернетики. 2004. Т. 13. С. 5–36.
344. Воронцов К. В. Машинное обучение. Курс лекций.
345. Долецкий А. Н., Гузенко Д. С. Интерфейс «мозг-компьютер»: современный этап развития и перспективы // Волгоградский научно-медицинский журнал. 2017. Т. 2. С. 15–20.
346. Дудченко П. В. Метрики оценки классификаторов в задачах медицинской диагностики // Молодежь и современные информационные технологии : сборник трудов XVI Международной научно-практической конференции студентов, аспирантов и молодых учёных. Томск: Изд-во ТПУ, 2018. С. 164–165.
347. Дункер К. Качественное (экспериментальное и теоретическое) исследование продуктивного мышления // Психологические исследования. 2019. Т. 12. № 67–68.
348. Иваницкий А. М. Синтез информации в ключевых отделах коры как основа субъективных переживаний // Журн. высш. нервн. деят. им. И.П. Павлова. 1997а. Т. 47. № 2. С. 209–225.
349. Иваницкий Г. А. Распознавание типа решаемой в уме задачи по нескольким секундам ЭЭГ с помощью обучаемого классификатора // Журнал высшей нервной деятельности им. И.Г. Павлова. 1997б. Т. 47. № 4. С. 743–747.
350. Кирой В. Н. Интерфейс мозг – компьютер (история, современное состояние, перспективы) / под ред. Б. М. Владимирский. Ростов-на-Дону:

Издательство Южного федерального университета, 2011. 240 с.

351. Крутецкий В. А. Психология математических способностей школьников / под ред. Н. Чуприковой. Воронеж: Издательство НПО «МОДЭК», 1998. 416 с.

352. Лакофф Д., Нуньтес Р. Откуда взялась математика: как разум во плоти создает математику: пер. с англ. // Горизонты когнитивной психологии: Хрестоматия / под ред. В. Ф. Ф. М. В. Спиридонов. Москва: Языки славянских культур; Российский государственный гуманитарный университет (РГГУ), 2012. С. 29–47.

353. Найсер У. Познание и реальность. Москва: Прогресс, 1981. 230 с.

354. Новикова С.И. Ритмы ЭЭГ и когнитивные процессы // Электронный журнал «Современная зарубежная психология». 2015. Т. 4. № 1. С. 91–108.

355. Пиаже Ж. Структуры математические и операторные структуры мышления: пер. с франц. // Преподавание математики. Москва: Учпедгиз, 1960. С. 10–30.

356. Пиаже Ж. Психология интеллекта: пер. с фр. Санкт-Петербург: Питер, 2003. 192 с.

357. Солсо Р. К новым пределам точности // Психологический журнал. 1996. Т. 17. № 4.

358. Соуза Д. Как мозг осваивает математику / под ред. Е. Подгурская. Москва: Издательство «Ломоносов», 2010. Вып. 2. 240 с.

359. Таротин И. В., Атанов М. С., Иваницкий Г. А. Макет устройства слежения за когнитивной деятельностью человека в реальном времени («когновизор») // Журнал высшей нервной деятельности им И П Павлова. 2017. Т. 67. № 4. С. 493–503.

360. Тестов В. А. Стратегия обучения математике / под ред. И. А. Кузьмин. Москва: Технологическая школа бизнеса, 1999. 303 с.

361. Трегуб Л. С. Элементы современного введения в математику. Ташкент: Фан, 1973. 358 с.
362. Уточкин И. С., Юревич М. А., Булатова М. Е. Зрительная рабочая память: методы, исследования, теории // Российский журнал когнитивной науки. 2016. Т. 3. № 3. С. 58–76.
363. Фридман Л. Что такое математика. Истоки. Развитие. Современное состояние. Москва: , 2005. Вып. УРСС. 191 с.
364. Фридман Л. Теоретические основы методики обучения математике: учебное пособие. Москва: ЛИБРОКОМ, 2009. Вып. 3. 248 с.
365. Хоффман И. Активная память. Москва: Прогресс, 1986. 312 с.
366. Чемерисова Е. В., Атанов М. С., Мартынова О. В. Классификация мыслительной деятельности при решении вербальных и математических задач на основе паттернов ээг // Материалы 8-ой международной конференции по когнитивной науке, Светлогорск. , 2018. С. 1043.
367. Чемерисова Е. В., Мартынова О. В. Влияние фонологической петли рабочей памяти на результативность решения математических и вербальных задач у математиков и гуманитариев // Журнал высшей нервной деятельности им И П Павлова. 2018. № 3. С. 340–348.
368. Чуприкова Н. И. Умственное развитие и обучение. Психологические основы развивающего обучения. Москва: Столетие, 1995. 192 с.
369. Чуприкова Н. И. Психология умственного развития: Принцип дифференциации. Москва: Столетие, 1997. 480 с.
370. Чуприкова Н. И. Развитие человека как субъекта познания и деятельности с точки зрения системно-структурного подхода // Субъект действия, взаимодействия, познания / под ред. Э. В. Сайко. Воронеж: Ин-т практ. психол. НПО «МОДЭК», 2001. С. 70–76.

371. Шепелев И. Е. и др. Новый нейросетевой подход к созданию ИМК на основе ЭЭГ-паттернов произвольных мысленных движений // Журнал высшей нервной деятельности им И П Павлова. 2017. № 4. С. 527–545.

**Публикации по теме диссертации**

1. Чемерисова Е.В., Мартынова О.В. Влияние фонологической петли рабочей памяти на результативность решения математических и вербальных задач у математиков и гуманитариев // Журнал высшей нервной деятельности им И П Павлова. 2018. Том 68. №3. С. 340-348.
2. E. Chemerisova, M. Atanov, I. Mikheev, O. Martynova. Classification of verbal and mathematical mental operations based on power spectral density of EEG // ПСИХОЛОГИЯ. Журнал Высшей Школы Экономики. 2018. Т.15. №2. С. 268-278.
3. Steiner H., Mikheev I., Martynova O. Cross-Subject Classification of Effectiveness in Performing Cognitive Tasks Using Resting-State EEG //Appl Sci. 2023. 13(11):6606
4. Чемерисова Е.В., Атанов М.С., Мартынова О.В. Классификация мыслительной деятельности при решении вербальных и математических задач на основе паттернов ЭЭГ // Материалы 8-ой международной конференции по когнитивной науке, Светлогорск. 2018. С. 1043.
5. H. Steiner, O. Martynova. Task-related and Resting-state EEG Correlates of Mathematical Skills // 2022 Fourth International Conference Neurotechnologies and Neurointerfaces (CNN)/ Neurotechnologies and Neurointerfaces (CNN), International Conference. Conference Location: Kaliningrad, Russian Federation. 2022.